

EMPODERAMIENTO MATEMÁTICO

desde semilleros matemáticos



Jorge Enrique Fiallo Leal





EMPODERAMIENTO MATEMÁTICO
desde semilleros matemáticos

© 2026

Universidad Industrial de Santander
Escuela de Matemáticas
Grupo de Educación Matemática UIS

Primera impresión:
ISBN

Autor
Jorge Enrique Fiallo Leal

Diagramación
Claudia Barajas Arenas

Diseño, diagramación e impresión:
División de Publicaciones UIS
Cra. 27 calle 9 Ciudad Universitaria
Tel: 634 8418, Bucaramanga, Colombia
Correo electrónico: publicac@uis.edu.co

Impreso en Bucaramanga

Prohibida la reproducción parcial o total de esta obra, por cualquier medio, sin autorización escrita de la UIS



A todos quienes, durante el periodo 2001 a 2025, han contribuido en la consolidación del Semillero Matemático y del Club Matemático Euler del Grupo de Educación Matemática de la Universidad Industrial de Santander:

Directores

Jorge Enrique Fiallo Leal
Diana Victoria Jaramillo Quiceño (R)

Coordinadores

Dora Solange Roa Fuentes
Cristian Cogollo Guevara
Edith Johanna Mendoza Higuera
Marcela Jaimes Muñoz

Integrantes

Alonso Sepúlveda Castellanos
Ángel Miguel Niño Navas
Ángela Mercedes Gutiérrez Osorio
Ángela Xiomara Corredor Santos
Angy Carelly Coronel Suárez
Claudia Barajas Arenas
Cristian Eduardo Carreño Granados
Diana Marcela Serrano Rodríguez
Edwin López Velandia
Fernando Pérez Flórez
Gladys Soraya Rodríguez Galvis
Ingrid Yulieth Díaz Ruiz
Ingrid Johanna Ramírez Pacheco
Jasmin Johanna Gómez Hernández
Jorge Armando Ortiz Sánchez
Jennyfer Juliana Calderón Moreno
Julián Darío Martínez Sicachá

Laura Gutiérrez Villamizar
Leidy Catherine Bautista Galeano
Lizeth Carolina Yara Hoyos
Luis Carlos Bueno Almeida
Luz Jhoanna Prieto Martínez
Magda Lorena Martínez Sicachá
Magda María del Pilar Peralta Acevedo
Mónica Adriana Pineda Ballesteros
Ronal Darío Villamizar Ángel
Ruby Patricia Ramírez Ardila
Sonia Peñuela Méndez
Sonia Rocío Suárez Cáliz
Sully Lineth Moreno Gómez
Víctor Michael Pérez Fernández
Wilson David Peñaloza Castro
Yuly Stepfhany Chacón Fuentes

Colaboradores

Rosalba Osorio Aguillón
Sofía Pinzón Durán
Germán Moreno Arenas
Sandra Evely Parada Rico

Personal Administrativo

Nubia Moreno Prada
Claudia Garavito Osorio
Yasmin Barajas Arenas

ÍNDICE

Introducción

Capítulo 1. Semillero Matemático	8
Caracterización de la Metodología	12
La resolución de problemas como el proceso central.....	12
Metodología de Resolución de Problemas	16
Empoderamiento Matemático.....	22
Capítulo 2. Talleres	25
Capítulo 3. Apoyos del Diseño Didáctico de Talleres	32
A modo de cierre.....	74
Referencias Bibliográficas.....	76

Introducción

Desde hace más de 25 años han sido aproximadamente 1.500 estudiantes de primaria y bachillerato quienes han recibido la enseñanza de la matemática desde la metodología de la resolución de problemas en los Semilleros matemáticos del Grupo de Investigación en Educación Matemática de la Universidad Industrial de Santander (EDUMAT-UIS). El Semillero Matemático, programa de extensión dirigido a estudiantes de primero a noveno grado de escolaridad, nació de la motivación del profesor Fernando Pérez Flórez, adscrito en aquel entonces a la Escuela de Matemáticas como profesor cátedra, quien, junto a los estudiantes del programa de Licenciatura en Matemáticas, Alonso, Solange y Angie, diseñaron y ofrecieron actividades lúdicas y de matemática recreativa para ofrecer a algunos estudiantes de colegios oficiales.

Desde 2001, el Semillero ha estado conformado por estudiantes del programa de Licenciatura en Matemáticas, Especialización en Educación Matemática y Maestría en Educación Matemática, contando con el apoyo del director del Grupo EDUMAT-UIS y de la Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander. El Semillero floreció de la ilusión de fortalecer el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes de colegios mediante actividades que rompieran los esquemas regulares de la clase de matemáticas y contribuyeran a la motivación, a la formación y al desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes; esto con el convencimiento de que, si hay una motivación por aprender matemáticas, se logra un cambio de actitud positivo hacia la misma tanto dentro como fuera del aula. Esta premisa se convirtió en la identidad del grupo.

Entre las actividades ofrecidas estaban los crucinúmeros, las criptoaritméticas, los acertijos con palillos y otras actividades de matemática recreativa. Con el paso del tiempo, las actividades se enriquecieron con materiales didácticos y con la orientación de literatura en educación matemática; asimismo, el interés se fue volcando a definir qué era el Semillero Matemático y a clarificar los lineamientos que representarían el

trabajo que se realizaba en él, sin perder de vista su principio. En 2008, la profesora Sofía Pinzón Durán creó el *Club Matemático Euler*, proyecto de extensión que es, en palabras puntuales, un semillero subsidiado dirigido a estudiantes de décimo y undécimo grado de colegios oficiales. La trayectoria del Club ha permitido observar que, así como cambia la motivación por el estudio de la matemática, el que estos estudiantes participen de este proyecto, cambia las expectativas en cuanto a su futuro, pues para muchos es la primera vez que, literalmente, conocen la universidad, y pueden ver que ingresar a ella es una posibilidad real, algo que no siempre es claro para ellos.

Es así como, a partir de 2008, el Semillero Matemático se ofrece en dos modalidades: una autofinanciada (para los estudiantes de primero a noveno grado) y la otra subsidiada (para décimo y undécimo grado), la cual se proyecta a la comunidad como Club Matemático Euler. En el momento de la escritura de este libro, el Club hace parte de uno de los programas del Sistema de Excelencia Académica de la UIS (SEA UIS) y cuenta con el apoyo económico y académico de la Vicerrectoría Académica.

El trabajo del Semillero ha sido divulgado en medios de comunicación regional; la lúdica, los juegos didácticos y su quehacer pedagógico han sido temas de investigación para algunos integrantes del grupo quienes concluyeron tres trabajos de grado de la UIS: dos en el marco del programa de la Licenciatura en Matemáticas (Ortiz, 2008 y Pérez, 2010) y uno en la Especialización en Educación Matemática (Jaimes y Córdoba, 2008).

La inquietud por dar a conocer el trabajo del Semillero ha motivado la sistematización de algunas de las experiencias de aula y de otras actividades como el diseño de *talleres*, las cuales han sido divulgadas en eventos académicos nacionales e internacionales (Barajas y Jaimes, 2012; Barajas, Jaimes y Ortiz, 2012; Barajas y Peralta, 2013; López, Díaz y Barajas, 2013; Barajas y Jaimes, 2015; Barajas y López, 2015, y Chacón, Castillo y Parada, 2015).

Esos esfuerzos individuales y colectivos se rescataron para articularlos en este libro con el objetivo de dar a conocer el Semillero, la caracterización de su metodología y algunas de sus actividades. Este material intenta aportar a la formación profesional de los profesores de matemáticas permitiéndoles fortalecer sus competencias profesionales; y es que esta intención está asociada al hecho de que el Semillero del Grupo EDUMAT-UIS también es un semillero de profesores de matemáticas en formación quienes, a partir de las experiencias docentes asociadas al grupo, van coleccionando saberes profesionales que son fundamentales para entender la práctica docente. En este sentido, el Semillero es un espacio donde el profesor en formación se vincula tempranamente con la labor docente y experimenta la matemática de una manera distinta a la aprendida en las aulas universitarias, poniendo en juego su saber disciplinar y las herramientas pedagógicas y didácticas adquiridas en su proceso de

formación junto con una metodología que invita a ir más allá del discurso; la cual aporta tanto a su formación profesional como a que el estudiante se "enamore" del estudio de la matemática.

Este libro tiene dos partes: la primera corresponde a una presentación del Semillero Matemático del Grupo EDUMAT-UIS y la caracterización de su metodología, la cual se orienta por la resolución de problemas y tiene por objetivo contribuir con el empoderamiento matemático de los estudiantes, de manera que en este capítulo se presenta el soporte teórico y metodológico del Semillero. La segunda parte presenta 12 talleres, los cuales se espera que sean aprovechados por los profesores de matemáticas que acceden a este libro. A través del siguiente código QR podrán acceder a los materiales complementarios.



Esperamos que con los recursos metodológicos y el material que aquí se divulgan dé apertura a otros semilleros matemáticos en instituciones educativas de educación primaria, secundaria y a nivel universitario, de manera que sean muchos más los estudiantes que tengan la oportunidad de reconocerse como *pequeños matemáticos* que razonan con una estructura mental semejante a la de los grandes matemáticos; esto intentando superar la metodología en la cual el profesor es el único protagonista del proceso de enseñanza y aprendizaje, además de ser quien expone el conocimiento en tanto que el estudiante lo recibe de forma pasiva. Asimismo, esperamos que estas experiencias logren que las universidades generen un mayor aporte y compromiso tanto para este tipo de programas como para el ingreso de estudiantes que se destacan en su contexto y que, por razones distintas a las académicas, no pueden ingresar a la universidad.

1

Semillero Matemático



PRESENTACIÓN

La Matemática ha sido motivo de satisfacción para muchos estudiantes a lo largo del tiempo, pero para otros pareciera ser un reto constante que a veces resulta insatisfactorio. Este panorama se encuentra en las distintas aulas de las instituciones educativas de todos los niveles académicos, donde la matemática es percibida como una asignatura dura, rigurosa y fría, desconociendo o dejando de lado la parte humana de la matemática.

Ante esta situación, en 2001 en la Universidad Industrial de Santander se creó el Semillero Matemático (SM) buscando (inicialmente) implementar la matemática recreativa y las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) para el desarrollo del pensamiento matemático, además de favorecer la motivación hacia la matemática. Para ello se invitaron estudiantes de colegios de zonas vulnerables de la ciudad a la universidad, para presentarles actividades lúdicas en torno a las matemáticas en forma gratuita (Barajas y Jaimes, 2014). Esta iniciativa ha contado, desde sus inicios, con el apoyo de la Escuela de Matemáticas de la UIS por lo que, dado el impacto alcanzado, un año después, el Semillero se consolidó como programa de extensión de aquella y continúa desarrollándose en las instalaciones de la universidad. Siete años después, el Semillero se extendió a una segunda modalidad dirigida a estudiantes de décimo y undécimo grado en el marco de un proyecto de extensión subsidiado por distintas unidades académico-administrativas de la universidad, dando lugar al Club Matemático Euler (Semillero Matemático para estudiantes de décimo y undécimo grado de colegios oficiales del Área Metropolitana de Bucaramanga); este tiene el valor agregado de que está dirigido a estudiantes que se han destacado en sus clases de matemáticas, y que por esto son recomendados por sus profesores para participar del programa.

El Semillero se suma a otros de la universidad y del país como alternativa extracurricular para fortalecer los procesos de formación educativos; ejemplo de ellos son: el Semillero de Física “Vale la pena soñar” de la UIS, liderado por la participación de estudiantes de ingeniería de primeros niveles y dirigido a estudiantes de estratos uno y dos de los grados décimo y undécimo; los Semilleros de Matemáticas de la Universidad de Antioquia (UDEA) que se ofrecen semestralmente para estudiantes de cualquier nivel

de educación secundaria y también para quienes ya la terminaron, y la Fundación Euler que se dedica a la implementación de metodologías, proyectos pedagógicos y materiales didácticos que facilitan el desarrollo del pensamiento, el talento académico y la enseñanza-aprendizaje, particularmente en matemáticas y ciencias (Fundeuler, 2012).

Al navegar en la internet, también se encuentran (con cierta dificultad) otros clubes de matemáticas: a nivel internacional, el *Club de Matemáticas* del Instituto de Estudios Pedagógicos Somosaguas (España), el *Club Pitágoras* de la Academia Discípulos de Cristo (Puerto Rico), y a nivel nacional encontramos que, en 2016, la Secretaría de Educación de Antioquia y la Universidad de los Niños EAFIT¹, en aras de fomentar el mejoramiento de competencias básicas en matemáticas de los profesores de matemáticas y estudiantes de los grados 8° a 11°, convocaron a la creación de clubes de matemáticas en las instituciones de educación; esto dio como resultado la emergencia de 70 clubes de matemáticas² (EAFIT, 2016).

El Semillero Matemático del Grupo EDUMAT-UIS se define como un espacio para que los niños y jóvenes (de primero a undécimo grado de escolaridad) se aproximen al conocimiento matemático a través del uso de juegos, acertijos, rompecabezas, origami, resolución de problemas, tecnologías de información y comunicación y otros materiales didácticos. Su objetivo es potenciar el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes a través de la exploración y profundización de diferentes situaciones problema, empleando los recursos ya mencionados con el fin de mejorar su motivación frente a la matemática, así como fortalecer y afianzar sus conocimientos matemáticos.

Para el caso particular del Club, se tiene por objetivo específico incentivar a los participantes para que continúen con su formación profesional en la UIS (VIE, 2007). Al respecto, Chacón, Castillo y Parada (2015) reportan que, de los 204 estudiantes que participaron en él, en el periodo 2008 a 2012, el 30,7% ingresó a la UIS, con preferencia al programa de Ingeniera Mecánica. En relación con el 69,3% restante, las autoras señalan que posiblemente esto se debe a factores económicos o por ofertas académicas brindadas por otras universidades que les resultan más atractivas a ellos y a sus familias.

Regularmente, los Semilleros se desarrollan los sábados, cada semestre académico, en sesiones semanales de cuatro horas cada una: 12 sesiones de aula, dos al aire libre y una de clausura. Las actividades de las sesiones de aula se componen de un taller y la realización de figuras en origami (o, en el caso del Club, actividades complementarias para fortalecer el razonamiento algebraico y geométrico).

¹ Programa de educación y comunicación de la ciencia que, desde su fundación en 2005, ha buscado contribuir a la formación de sujetos activos en la construcción de conocimiento y la transformación de la sociedad (EAFIT, 2018)

² No se encontró evidencia de, si a la fecha de publicación de este libro, aún existen estos clubes.

Para alcanzar su objetivo, el Semillero considera en su diseño curricular (que se concreta en talleres) tanto a los procesos matemáticos como a los tipos de pensamiento matemático (MEN, 1998 y 2006). La actividad del taller se ha venido enmarcando en la *metodología de resolución de problemas* que dista significativamente de una metodología magistral, la cual se ha construido desde la empírea intentando interpretar lo documentado sobre resolución de problemas en la literatura (Polya, 1965; MEN, 1998, 2006; NCTM, 2003, 2014 y 2015; Santos-Trigo, 2007), y buscando que en ella prime la acción del estudiante con los objetos matemáticos para contribuir con su empoderamiento matemático (Pérez, 2010).

A continuación, se presenta la caracterización de la metodología de resolución de problemas, empezando por precisar que la resolución de problemas es el proceso central de la metodología que busca empoderar matemáticamente a los estudiantes, es decir, desarrollar y potenciar destrezas, conceptos y estructuras conceptuales de la matemática y estrategias generales de resolución de problemas (ibídem).

CARACTERIZACIÓN DE LA METODOLOGÍA

Tratar de explicar el complejo proceso de resolución de problemas ha sido un reto que tiene más de 100 años para los investigadores; sin embargo, es claro que este juega un papel importante en las matemáticas y, por ende, debe tener un lugar destacado en la educación matemática; pero también ha sido visible que saber cómo incorporar la resolución de problemas de manera efectiva en el currículo de matemáticas no ha sido necesariamente obvio para los profesores de matemáticas.

A continuación, se exponen elementos teóricos y metodológicos que se articulan para definir la *metodología de resolución de problemas* que orienta los procesos de enseñanza y aprendizaje del Semillero y que, propenden por el *empoderamiento matemático* de los estudiantes.

La resolución de problemas como el proceso central

Para la construcción de un marco conceptual que sustente la propuesta metodológica del Semillero del Grupo EDUMAT-UIS, partimos del hecho de que la enseñanza orientada por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, tomando los contenidos matemáticos como un campo teórico que potencia el desarrollo del pensamiento matemático (Guzmán, 2007).

El pensamiento matemático es entendido desde la interpretación de Zuluaga (citado por Becerra, 2013) como “la capacidad que tiene una persona de enfrentarse a situaciones problema que tienen que ver con lo numérico, geométrico, estadístico, métrico y variacional” (p. 73). Este es contemplado, por ende, a partir del desarrollo de cinco pensamientos (MEN, 1998), cuyo desarrollo se da integralmente con los cinco procesos matemáticos que describen lo que hacen los individuos para relacionar el contexto de un problema con las matemáticas (Rico, 2006).

Según lo anterior, para resolver o formular problemas se ponen en juego capacidades de razonamiento, comunicación, representación, y elaboración, comparación y ejecución de procedimientos. Un aspecto importante en esta

caracterización es que la resolución de problemas puede entenderse como el proceso central en el que los otros procesos son necesarios y complementarios para poder llegar a ser *experto* para solucionar problemas ya que, como lo afirma Guzmán (Sierra, 2004), la matemática es, sobre todo, saber hacer, es una ciencia en la que prima el método sobre el contenido. Esto ha conducido a los profesores de los Semilleros a distintos procesos de reflexión y evaluación del trabajo áulico realizado a lo largo del tiempo, por lo que hoy entendemos la enseñanza de la matemática desde la resolución de problemas bajo la premisa de que los demás procesos generales de la actividad matemática están implícitos (Barajas y Jaimes, 2014).

A continuación, se conceptualizan los procesos matemáticos fundamentalmente a partir de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) y de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), y se intenta explicitar de qué manera son incorporados en el Semillero:

Razonar involucra establecer relaciones lógicas entre los elementos presentes en una situación y sus características con el fin de elaborar procedimientos (algorítmicos, mentales, etc.) coherentes que permitan dar respuesta a los interrogantes planteados en una situación.

Este proceso, que se potencia desde los primeros grados con apoyo de contextos reales o abstractos y materiales físicos, implica explorar y conectar los elementos del problema para realizar inferencias a partir de ellos, comprobar una justificación dada o proporcionar argumentos de los enunciados o soluciones a los problemas.

En las actividades del Semillero se solicita constantemente a los estudiantes argumentar las estrategias y soluciones planteadas para un problema, ya sea de manera escrita o en las puestas en común que permiten que el grupo de estudiantes, orientados por el profesor, analicen y validen las soluciones de sus compañeros a la luz de justificaciones y razonamientos fundamentados en proposiciones y conceptos matemáticos. Se trata de que el estudiante manipule los objetos matemáticos (Guzmán, 2007) en las clases, que active su propia capacidad mental, que ejercite su creatividad, que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente.

Representar consiste en reproducir la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. Este proceso supone la selección, interpretación y utilización de distintas representaciones para reflejar una situación, interactuar con un problema o presentar el propio trabajo.

Si bien ni los Lineamientos Curriculares de Matemáticas ni los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas declaran este proceso (en su lugar se habla de “modelación”), el Semillero considera la representación como proceso desde la visión del NCTM (2003) quien señala que esta contribuye a la construcción significativa de un

concepto. El trabajo con múltiples representaciones exige mayores conexiones cognitivas pues los estudiantes se enfrentan a: (i) entender la semántica de cada representación, (ii) entender el dominio del objeto matemático que está siendo representado, (iii) relacionar las representaciones entre sí, y (iv) transitar entre ellas (Van Der Meij y De Jong, 2004 citados por Rueda, 2016).

Cabe señalar que “todo modelo es una representación” (MEN, 2006, p. 52) pues “un modelo puede entenderse como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible” (ibíd.), aunque se tiene la claridad de que “no toda representación es necesariamente un modelo, como sucede con las representaciones verbales y algebraicas que no son propiamente modelos, aunque pueden estarse interpretando en un modelo” (ibíd.).

De manera que, como señala el NCTM (op. cit), “el término [representación] se aplica a los procesos y a los productos observables externamente y, también, a los que tienen lugar “internamente”, en las mentes de los que están haciendo matemáticas”. Las representaciones como productos observables a las que se hace referencia incluyen gráficos, tablas, diagramas, imágenes, ecuaciones, fórmulas y materiales concretos. También incluye las representaciones digitales emergentes del uso de herramientas físicas (calculadoras y herramientas informáticas) que favorecen el desarrollo de la actividad matemática.

A partir de lo anterior, los profesores del Semillero intentan movilizar a los estudiantes durante el desarrollo del taller para que den a conocer a los otros los distintos registros de representación que elaboran de un objeto matemático, pues han venido reconociendo que “cuando los estudiantes acceden a estas representaciones matemáticas y a las ideas que representan, toman posesión de un conjunto de instrumentos que amplían de forma significativa su capacidad para pensar matemáticamente” (NCTM, 2003, p. 71). Mediante los talleres del Semillero se busca que el estudiante cree y utilice representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas; seleccione, aplique y traduzca representaciones matemáticas para resolver problemas; y, las use para modelizar e interpretar situaciones reales o ficticias (ibíd.).

Comunicar implica la adquisición y dominio de los lenguajes propios de las matemáticas; es un proceso deliberado y cuidadoso que posibilita y fomenta la discusión frecuente y explícita sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones, para tomar conciencia de las conexiones entre ellos y para propiciar el trabajo individual y colectivo.

Para lograr lo anterior, en el Semillero se orienta a los estudiantes para que compartan la interpretación de las situaciones en las puestas en común, así como las gráficas, las expresiones algebraicas u otros registros de representación emergentes de las distintas formas de una solución. Al propiciar actividades matemáticas que contribuyan al desarrollo

de este proceso, se espera que los estudiantes desarrollen habilidades asociadas a las competencias comunicativas las cuales son, según Rojas y Suárez (2013):

interpretar, referida a la capacidad del estudiante para comprender y dar sentido a la estructura de un problema (expresado en lenguaje verbal o matemático); así como la de entender o leer definiciones, gráficas o esquemas de un objeto matemático.

explicar, entendida como la facultad para exponer la descripción del objeto de conocimiento con palabras claras o ejemplo, expresando el porqué de un proceso, con la finalidad de hacerlo inteligible a otro.

justificar, es la capacidad para sustentar una idea, aceptar o refutar una conclusión por medio de conceptos y propiedades matemáticas.

argumentar, la cual está relacionada con el hecho de convencer o defender la aprobación de una idea o de un resultado matemático haciendo uso adecuado del lenguaje matemático.

Elaborar, comparar y ejercitar procedimientos, los cuales son entendidos como las actuaciones, destrezas, estrategias, métodos, técnicas, usos y aplicaciones diversas que un estudiante realiza para resolver problemas de manera cada vez más hábil e independiente (MEN, 1998). Este proceso implica la capacidad del estudiante para transformar procedimientos fijando su atención en las ideas centrales de los conceptos matemáticos, y estableciendo relaciones entre ellos para efectuar nuevos procedimientos específicos que respondan al problema planteado (Barajas, 2015).

Al fomentar el desarrollo de este proceso se busca fomentar el entendimiento de los conceptos matemáticos y la capacidad de resolver problemas. Asimismo, se propende por el desarrollo de algunas *habilidades de control* (ibídem): reconocer si un procedimiento es apropiado, verificar los pasos realizados y justificarlos; ejecutar procedimientos fiable y eficientemente, tener en cuenta que los algoritmos implican que tienen un orden en el que los pasos deben ser completados, seleccionar los procedimientos apropiados para problemas concretos y modificarlos cuando las condiciones lo exijan.

Tanto en el Semillero Matemático como en el Club Matemático Euler se proponen situaciones problema en las cuales los estudiantes deben tener claridad en su interpretación para elaborar o ejecutar procedimientos (o algoritmos) y llegar a una solución. Los profesores del Semillero hacen énfasis en que los estudiantes expliquen para qué y por qué se valen de determinados procedimientos en la solución de un problema pues estos se relacionan con los conceptos subyacentes (NCMT, 2015).

Formular y resolver problemas permite al estudiante desarrollar actividad mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos. Ante esto, los anteriores procesos matemáticos coadyuvan a la puesta en marcha de este proceso al permitir a los estudiantes

a desarrollar diversas estrategias de resolución de problemas que ayudan a relacionar experiencias previas para fortalecer los conceptos existentes y la construcción de otros.

Los anteriores procesos se materializan a través del diseño de las actividades matemáticas que resulten atractivas y desafiantes para los estudiantes; este diseño resulta un reto constante para los profesores pues, como señala el NCTM (2014), al hablar de “resolución de problemas” se deben garantizar tareas matemáticas que tengan el potencial para proporcionar desafíos intelectuales que favorezcan el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes.

Metodología de Resolución de Problemas

La resolución de problemas es una propuesta que está presente en el ámbito educativo nacional e internacional con distintas posiciones sobre su significado. Santos-Trigo (2007) señala que

muchos profesores enfocan esta propuesta a partir del uso de métodos heurísticos; mientras que para otros la esencia es centrarse en los cuatro pasos sugeridos por Polya (entendimiento, diseño, implantación y visión retrospectiva). Esto ha producido incluso diversas presentaciones del currículum matemático; por ejemplo, la resolución de problemas aparece como una unidad al final de determinado tema, como un enfoque por medio del curso o como una serie de actividades (p. 85).

El significado que le da el Semillero Matemático y el Club Matemático Euler a la resolución de problemas está ligado al de Schoenfeld (1985) quien señala que

Para que los estudiantes vean a las matemáticas como una disciplina con sentido, es necesario que interactúen e internalicen los principios asociados a esta disciplina. Los estudiantes necesitan aprender matemáticas en un salón de clases que presente un microcosmos de la cultura matemática, esto es, clases donde los valores de las matemáticas como una disciplina con sentido sean reflejados en la práctica cotidiana (Schoenfeld, 1988, citado por Santos-Trigo, 2007, p. 87).

Es decir, la resolución de problemas se ve como un arte ya que simula la actividad matemática dentro del salón de clase donde los estudiantes discuten sus ideas, negocian puntos de vista, especulan acerca de posibles resultados, usan diversos ejemplos y contraejemplos que ayudan a confirmar o ajustar sus ideas (Santos-Trigo, 2007). A este ambiente que refleja la actividad de las comunidades de matemáticos en el salón de clase lo llamamos “metodología de resolución de problemas”.

De esta metodología se desprenden diferentes exigencias pedagógicas para su práctica en el contexto escolar, y una de ellas es el comprender que no es solo cuestión de exigir a los estudiantes evidencias del uso de los procesos en las actividades matemáticas sino que, además, el profesor debe tener claridad de su papel en el aula para usar

acertadamente los recursos de apoyo docente para potenciar el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes, en la medida que supera la enseñanza tradicional. Esta premisa ha sido comprendida lentamente por los profesores del Semillero; no obstante, el acompañamiento, seguimiento y la sistematización de algunas actividades aúlicas del grupo han permitido tener claridad sobre los siguientes aspectos que son inherentes a la metodología de resolución de problemas (algunos ya expuestos por Santos-Trigo, 2007):

a. Seleccionar materiales didácticos que favorezcan la resolución de problemas. Este ha sido un aspecto que se ha destacado desde los inicios del SM pues ha sido el interés de los profesores conocer y explorar distintos recursos para favorecer la actividad matemática que se desarrolla en el salón de clase y, además, la motivación de los estudiantes. A lo largo de cada semestre académico, se incorporan los siguientes recursos:

1. *Las regletas de Coussinaire, los Algebloks, los bloques lógicos de Dienes, y otros materiales didácticos.* Respecto a cómo estos aportan en el aprendizaje de las matemáticas, por ejemplo, Rubio (2013) reporta que los Algebloks evocan eficazmente los conceptos de volumen, área y distancia asociados a expresiones algebraicas y productos notables, además de que durante la actividad matemática los estudiantes, a partir de la manipulación del material, logran justificaciones y explicaciones de las técnicas utilizadas para solucionar problemas. Mendoza (2010) diseñó algunas actividades para estudiantes de quinto grado, con el propósito de construir las nociones de perímetro y área empleando el tangram; el autor afirma que, además de favorecer la actitud positiva y un ambiente agradable para el aprendizaje, al trabajar con material concreto los estudiantes tienen la oportunidad de explorarlo, abstraer las características de estos, conjeturar, comprobar propiedades, y ampliar el vocabulario matemático; asimismo, concluye que los estudiantes.

2. *La lúdica*, entendida como “un proceso activo (serie consecutiva de actividades o ejercicios) con el cual se busca llegar al aprendizaje o refuerzo de un concepto matemático, cuyo desarrollo genera en el individuo emociones gratificantes” (Ortiz, 2008, p. 37). La lúdica es insertada en algunos talleres a través de juegos didácticos (concéntrese, la escalera u otros como el salto de la rana, el ajedrez, el dominó, la torre de Hanoi, el tangram, etc.) que se convierten en un vehículo para realizar procesos de generalización o para conceptualizar y comunicar conocimientos. Los juegos contribuyen a desarrollar el espíritu constructivo, la imaginación y hasta la facultad de sistematizar; todas estas son razones sustanciales que hacen a los juegos un importante recurso educativo en el Semillero (Jaimes y Córdoba, 2008).

3. *La matemática recreativa* que, si bien adeuda una definición de parte de la comunidad de educadores matemáticos (González, Molina y Sánchez, 2014), es un área de la matemática que se dedica a difundir o divulgar de manera entretenida y motivadora los conocimientos, temas o problemas de las matemáticas. Esto no debe suponer que las matemáticas recreativas no son “serias” pues, por ejemplo, la matemática recreativa

estimuló el desarrollo de un campo de las matemáticas: el problema de los Puentes de Königsberg que influyó en el desarrollo del campo de la teoría de grafos.

Típicamente, las matemáticas recreativas implican habilidades generales de pensamiento lógico y lateral, las cuales también el SM se preocupa por desarrollar; para ello recurrimos a los divulgadores más importantes de esta área en los ámbitos nacionales e internacionales como lo son Martín Gardner, Yakov Perelman, Sam Loyd, Miguel de Guzmán, Carlos Zuluaga, Hugo Cuellar y Bernardo Recamán quienes han dado a conocer cientos de acertijos, adivinanzas, crucinúmeros, sudokus, cuadrados mágicos, criptoaritméticas, entre otros.

4. *Software de geometría dinámica y de matemática interactiva* como GeoGebra también considerado para el estudio de la Geometría, el Álgebra, la Estadística, la Trigonometría y el Cálculo a través del reconocimiento de lo variante e invariante; estos recursos contribuyen a establecer conexión entre las representaciones de los objetos matemáticos y a profundizar en el entendimiento de sus conceptos y propiedades (MEN, 2004).

Las actividades matemáticas que se diseñan, y en las cuales los anteriores materiales sirven de mediadores en el proceso de enseñanza y aprendizaje, se fusionan en el *taller* que es el material didáctico principal del Semillero y mediante el cual el profesor asegura la relación del recurso seleccionado con los objetivos de enseñanza que se persiguen.

b. Diseñar actividades que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas. Para garantizar que los estudiantes tengan la oportunidad de comprometerse con un pensamiento de alto nivel, los profesores deben seleccionar y proponer actividades que estimulen los procesos matemáticos a la vez que se ponen en juego conceptos matemáticos. Vilabona, Rocerau, Valdez, Olivier, Vecino, Medina, Astiz y Álvarez (2001) señalan que dichas actividades deben promover “un pensamiento creativo, que permita conjeturar y aplicar información, descubrir, inventar y comunicar ideas, así como probar esas ideas a través de la reflexión crítica y la argumentación” (p. 1). En el Semillero, el *taller* concreta las actividades matemáticas que se apegan a este lineamiento. Cada taller surte un proceso de revisión de cinco fases: (i) propuesta y elaboración, (ii) revisión a priori, (iii) ejecución, (iv) revisión a posteriori, y (v) fase final (Barajas y Peralta, 2013). Estas fases surgieron como respuesta a la necesidad de acompañar a los profesores en el diseño de los talleres ya que se observó la tendencia a favorecer los procedimientos, a crear contextos que solían abandonarse en medio del taller o crear actividades matemáticas sueltas que difícilmente apuntaban a un concepto matemático.

La experiencia de diseñar talleres es exigente pues, además, se intenta conectar los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas y los procesos matemáticos con propuestas didácticas que sean sugerentes para los estudiantes, por lo que los profesores del Semillero están en constante proceso de aprendizaje sobre este tema. Una estrategia que

contribuye en el diseño es que el profesor cuenta con un par con quien reflexiona sobre este (cada curso cuenta con un profesor profesional y uno en formación), además del apoyo de un equipo coordinador que orienta.

De manera que las actividades propuestas por los profesores están monitoreadas para que fomenten la capacidad autónoma del estudiante ante la construcción del conocimiento matemático y la solución de problemas empleando sus intuiciones y saberes, favoreciendo con ello la comprensión y el correcto entendimiento de lo estudiado, además de la confianza y la motivación hacia las matemáticas y su aprendizaje (López, Díaz y Barajas, 2013).

c. Promover la interacción de (y entre) los estudiantes para construir el conocimiento. Esto implica romper con el esquema vertical de la enseñanza en donde el profesor es el único protagonista de la clase. Esto no ha sido fácil en los Semilleros dadas las concepciones de los profesores ya que, como bien explican Azcárate, García y Moreno (2006), estas representan la estructura que cada profesor de matemáticas da a sus conocimientos para posteriormente enseñarlos o transmitirlos a los estudiantes; de manera que los profesores con mayor trayectoria docente son quienes, en nuestra experiencia, mayor dificultad han tenido para superar el esquema vertical de la enseñanza.

Durante la clase orientada por la metodología de resolución de problemas, se da una constante interacción entre profesor-estudiante, estudiante-estudiante y profesor-profesor (esta última porque en el Semillero, en todo momento, hay dos profesores en el aula). La interacción entre profesor-estudiante se posibilita mediante preguntas que promueven el razonamiento y el descubrimiento de elementos lógicos y conceptos matemáticos relacionados con cada problema. Uno de los aspectos más importante es que el profesor logre motivar a los estudiantes para que interactúen entre sí, de tal manera que entre ellos evalúen sus razonamientos y procedimientos empleando herramientas lógico-matemáticas adquiridas durante sus exploraciones, del mismo modo que puedan plantear argumentos para convencerse unos a otros (Pérez y Acosta, 2010).

[...] trabajando en parejas o en pequeños grupos, los estudiantes tienen la oportunidad de validar sus razonamientos y sus conjeturas. Pueden discutir sus puntos de desacuerdo y argumentar el significado de sus soluciones. Los estudiantes aprenden matemáticas sólo cuando ellos mismos construyen sus propias ideas matemáticas (Santos-Trigo, p. 96).

En ese sentido, se puede afirmar, desde Santos-Trigo y desde nuestra práctica, que la clase de matemáticas se convierte en una comunidad donde los estudiantes y profesores realizan acuerdos y se construyen argumentos que sustentan alguna idea o se plantean contraejemplos para refutarla. Al enseñar matemáticas no sólo se enseñan los principios, conceptos, métodos y procedimientos propios de esta disciplina, sino, además, una forma de pensar, hacer y comunicar matemáticas, así lo afirma Forero (2008).

d. Gestionar acertadamente espacios de interacción (puesta en común).

Ballesteros y Calvo (2008) señalan que es fundamental la existencia de un ambiente en el cual se tolere la reflexión, la duda, la exploración y la discusión sobre las diferentes maneras de comprender una misma situación problemática. Si bien la mayoría de profesores que ingresan al Semillero permiten que los estudiantes pasen al tablero a socializar las diferentes estrategias de solución de los problemas, hemos observado que: (1) los profesores tienden a responder las preguntas realizadas por los estudiantes en relación a la actividad matemática formulada en el taller; (2) la puesta en común suele realizarse de manera expositiva sin que se promueva el diálogo entre pares a través de preguntas que ayuden a construir argumentos convincentes respecto del cómo y por qué las cosas funcionan. Y es que estas dos acciones revelan que se pasa por alto que cuando el profesor deja de dar todas las respuestas al estudiante, y lo guía con diferentes preguntas para que sea él mismo quien pueda responder mediante la lectura y el análisis de cada situación, fortalece su confianza para complementar, verificar y argumentar sus ideas matemáticas (Pérez, 2010).

La puesta en común (o socialización) es el espacio de interacción más importante de todo el proceso metodológico que el profesor dirige, pues es allí donde los estudiantes muestran lo que saben, cómo lo saben y lo que hacen y cómo lo hacen, además de evidenciar si han comprendido realmente el trabajo propuesto; de ser así, estarán en capacidad de emplear con propiedad las herramientas lógico-matemáticas utilizadas, de tal manera que al comunicarlas puedan ser entendidas por los demás. La puesta en común exige al profesor, además, identificar lo relevante del discurso de los estudiantes para evaluar la comprensión, el razonamiento y los métodos matemáticos (NCTM, 2015), así como para lograr la institucionalización del saber matemático.

Respecto a esto, Vygotsky (1995) considera que, por medio del lenguaje, el ser humano es capaz de comunicar la realidad que ha creado, por ello es significativo el valor que tiene la interacción con otros puesto que, dada la relación entre pensamiento y lenguaje, el lenguaje es clave para conocer el pensamiento del estudiante (Carmona y Jaramillo, 2010). En la metodología de resolución de problemas, el profesor pone en juego su capacidad para plantear preguntas que conduzcan al estudiante a elaborar explicaciones y justificaciones constantemente; y es que “hacer preguntas deliberadas (...) posibilitan a las matemáticas ser más explícitas y accesibles para el examen y análisis de parte de los estudiantes” (NCTM, 2015, pág. 42). Esto colabora en que los estudiantes clarifiquen su propio pensamiento, que escuchen, comenten, y realicen aportes fundamentados a las contribuciones de sus propios compañeros.

Desde los talleres se gestionan explícitamente algunos momentos de socialización al introducir expresiones como “comparte tus resultados con tus compañeros”, “comparte con tus compañeros los resultados obtenidos”, “compara tu trabajo con el de tus compañeros”, entre otras. Estas expresiones resultan ser un elemento pedagógico para que los profesores (tanto en formación como profesionales) del Semillero, no

pierdan de vista los espacios de puesta en común; y para que los estudiantes vayan interiorizando, a medida que se desarrollan las 12 sesiones que dura el programa en el semestre, la importancia de comunicar sus ideas, sus estrategias y resultados, de justificarlas y de validarlas con sus pares y el profesor, esto contribuirá a superar las creencias inapropiadas acerca de la matemática y la resolución de problemas.

Vale precisar que tanto el criterio *c* y *d* se complementan significativamente ya que juntos construyen un ambiente de aprendizaje que se desarrolla alrededor de la discusión y solución de problemas o actividades que revelan el pensamiento de los estudiantes. Además, la puesta en común permite que el profesor ajuste la actividad matemática a las necesidades de los estudiantes, pues en este espacio ellos evidencian sus fortalezas y debilidades tanto conceptuales como sociales; en ella se potencia la interacción entre estudiante-estudiante y profesor-estudiante, condición fundamental para el futuro éxito en la universidad (Astin, 1993).

e. Ver en el error una posibilidad para construir conocimiento. Tradicionalmente suele darse mayor importancia a los aciertos durante la clase, mientras que el error es empleado para juzgar el trabajo del estudiante, incluso, es el profesor quien suele señalarlo. En el Semillero se considera que los errores son fuente inagotable de conocimientos que se pueden explotar para profundizar en el pensamiento matemático (Abrate, Pochulu, y Vargas, 2006). Por tal razón, se intenta dar protagonismo al error para movilizar el razonamiento de los estudiantes en las puestas en común.

Esta perspectiva del error ha causado conflicto en algunos profesores del Semillero a quienes les ha costado negociar que, ante un error del estudiante, su acción más acertada no es pararse en el tablero y hacer la corrección respectiva sino, por el contrario, movilizar a los demás estudiantes para que entre pares validen o invaliden el procedimiento; esto favorece la argumentación y la puesta en escena tanto de obstáculos cognitivos como la construcción del conocimiento. En ese sentido, el profesor actúa, en el Semillero, como guía en la resolución del problema (Calvo, 2007), permitiendo que sea el estudiante quien proponga las soluciones y se dé cuenta de sus errores. Esto no quiere decir que el profesor se muestra como un simple espectador, sino que orienta el proceso: al hacer del error un recurso didáctico en las puestas en común, serán los compañeros quienes podrán realizar correcciones, podrán exponer, defender o refutar una posición basados en herramientas matemáticas ya sean lógicas o algorítmicas.

Los cinco aspectos anteriores constituyen un punto de partida hacia la comprensión de la enseñanza orientada por el enfoque de resolución de problemas; no se trata de que el profesor los siga al pie de la letra o mucho menos que elija solamente uno para aplicarlo, pues esto es una amalgama de acciones articuladas de manera coherente para favorecer la enseñanza y el aprendizaje eficaz de la matemática.

El NCTM (2015) precisa que la resolución de problemas es una plataforma para lograr procesos de enseñanza eficaces “que involucre a los estudiantes en un aprendizaje significativo mediante experiencias individuales y colaborativas que fomente su habilidad para dar sentido a las ideas matemáticas y para razonar de una manera matemática” (p. 7). Esto va ligado a considerar la matemática como una construcción social que incluye conjeturas, pruebas y refutaciones, cuyos resultados deben ser juzgados en relación con el contexto. La idea que subyace a esta visión es que "saber matemática" es "hacer matemática" (ibíd.).

Es así como la metodología del Semillero Matemático y del Club Matemático Euler del Grupo EDUMAT-UIS requiere que el estudiante explore, analice, conjeture, proponga, discuta con sus pares, se apropie de los conceptos y los conocimientos, socialice y determine de manera objetiva si sus razonamientos y los de sus compañeros (pares) son correctos y pertinentes para llegar a la solución de un determinado problema (Pérez y Acosta, 2011). Por ello, al promoverse la constante participación, exploración, la creación de estrategias de solución para un problema, y la argumentación de las mismas, el estudiante no será un sujeto pasivo, pues debe explorar el problema planteado valiéndose de sus conocimientos y construyendo otros para interpretarla y proponer una solución.

Empoderamiento Matemático

La filosofía del empoderamiento tiene su origen en la década de 1960, a partir del trabajo de Paulo Freire. Este término hace referencia a la obtención de poder, pero no en términos de dominación sino de la capacidad de aumentar la independencia y la fortaleza de cada individuo respecto a los demás (Pérez, 2010). En cuanto a su relación con la Matemática, Pérez (ibíd.) señala que el término *Empoderamiento Matemático* intenta caracterizar las habilidades de exploración, análisis, discusión, socialización y apropiación de los conceptos y conocimientos matemáticos.

A partir de la metodología del Semillero se tiene por hipótesis que el estudiante adquiere la seguridad y la confianza necesarias para explorar los problemas, proponer y examinar soluciones, comunicar a sus pares y al grupo sus propuestas, defender o refutar una posición frente a la solución de un problema. Lo anterior es un proceso metodológico de apropiación en el que el estudiante hace que la matemática se convierta en parte de sí mismo, y la emplee con propiedad (ibíd.); el fin de la metodología de resolución de problemas en los Semilleros es potenciar un pensamiento matemático independiente, autónomo y con mayor fortaleza interna que impacte las competencias matemáticas del estudiante, lo cual se concreta en el empoderamiento matemático.

El empoderamiento matemático hace referencia a la adquisición, desarrollo y potenciación de destrezas, conceptos y estructuras conceptuales de las matemáticas y las estrategias generales de resolución de problemas (ibíd.). Mediante indicadores comportamentales de tipo individual y social se puede tener una idea del nivel de incidencia de la metodología del Semillero en el empoderamiento. A continuación, se presentan tales indicadores diferenciándolos en su tipo y nivel.

INDICADORES DE TIPO INDIVIDUAL			INDICADORES DE TIPO SOCIAL		
NIVEL 1	NIVEL 2	NIVEL 3	NIVEL 1	NIVEL 2	NIVEL 3
• Se le dificulta resolver las situaciones que se le plantean. • Emplea únicamente el método de ensayo y error para solucionar las diferentes situaciones planteadas. • Se le dificulta organizar los datos presentados para poder dar solución a las situaciones propuestas.	• Organiza los datos presentados en una situación sin emplearlos para dar solución. • Identifica posibles errores lógicos o de procedimiento en la solución de una solución o problema pero no los corrige. • Realiza análisis necesarios para dar solución a diferentes situaciones, pero no es capaz de decidir por sí mismo si la solución es correcta o no.	• Relaciona los diferentes elementos de un problema con conceptos matemáticos adquiridos y los emplea en la solución. • Emplea con claridad conceptos y procedimientos en la solución de un problema, y los expone a sus compañeros. • Decide por sí mismo si una respuesta es correcta o no basado en un propio juicio y razonamientos.	• Se le dificulta solucionar la actividad a menos que el profesor le diga lo que tiene que hacer. • Se le dificulta realizar preguntas a sus compañeros o al profesor sobre las situaciones que no entiende. • Se le dificulta compartir con sus compañeros las respuestas encontradas o los métodos de solución que emplea en cada situación. • Se le dificulta mostrar interés por las actividades o por los juegos propuestos para cada actividad. • Se le dificulta participar de las actividades sin copiar las respuestas de sus compañeros. • Se le dificulta aceptar las sugerencias de sus compañeros o el profesor ante el error. • Se le dificulta participar en las discusiones que genera el grupo respecto a las diferentes respuestas o soluciones planteadas.	• Realiza preguntas sobre las situaciones que no entiende, pero no comparte sus respuestas con el grupo. • Propone diferentes formas para solucionar alguna situación planteada, pero no la presenta frente al grupo. • Muestra interés en las diferentes actividades, pero no se involucra con los demás compañeros para poder solucionarlas. • Propone diferentes alternativas para dar solución a una situación determinada, pero no acepta las críticas de sus compañeros. • Comprende las situaciones planteadas, pero no es capaz de explicarlas a sus compañeros.	• Expone la solución a las situaciones planteadas ante el grupo. • Expone con coherencia sus razonamientos ante el grupo. • Escucha las opiniones de sus compañeros, aunque sea diferentes a las suyas. • Realiza aportes a sus compañeros para completar una respuesta, o cuando ellos se equivocan.

Como se pudo observar en la tabla anterior, los indicadores de tipo individual se centran en la forma como el estudiante aborda, se enfrenta y soluciona una situación

determinada, haciendo uso de herramientas conceptuales, algorítmicas y de lectura, mientras que los indicadores de tipo social hacen referencia a las habilidades de argumentación, discusión y exposición de las diferentes ideas que surgen para llegar a una determinada solución de un problema (Pérez, 2010).

Diremos entonces que la “metodología de resolución de problemas” señala la puesta en escena de recursos pedagógicos y didácticos que debe usar el profesor para potenciar el empoderamiento matemático de los estudiantes que está ligado al desarrollo de competencias matemáticas propias de la edad del escolar. Este constructo señala la relevancia de la metodología de la resolución de problemas en matemáticas pues, como lo expresa Calvo (2007), resulta ser un elemento clave para el desarrollo satisfactorio de los procesos matemáticos y de los contenidos en esta área.

2

Talleres



En este capítulo se presentan 12 talleres diseñados para el Nivel 1 del Semillero Matemático que corresponde a estudiantes de primero y segundo grado³. El número de talleres de un único nivel tiene un propósito: que el profesor que acceda a este libro cuente con los talleres de lo que viene a ser un semestre académico en la universidad, para que estos les sirvan de guía para iniciar un Semillero Matemático con estudiantes de primaria en su institución educativa; además de que valgan de inspiración para que otros profesores de matemáticas diseñen talleres para conducir a los estudiantes de otros grados de escolaridad a los niveles superiores del empoderamiento matemático mediante la metodología de resolución de problemas.

Como se ha venido señalando, el Semillero Matemático busca potenciar el pensamiento y los procesos matemáticos asociados al mismo, a través de contextos que pretenden mostrar de manera flexible y dinámica las matemáticas. Enfatizando, la metodología que enmarca el desarrollo de los talleres busca crear en el aula un ambiente de discusión, de descubrimiento, una atmósfera libre para reflexionar, preguntar, desafiar, argumentar, generar confianza en la matemática y en las propias capacidades, percibir en el error una oportunidad de aprendizaje. En su orden, los talleres son:

- Taller 1. Orientación espacial.
- Taller 2. Siguiendo pistas.
- Taller 3. La ciudad de los colores.
- Taller 4. Organizando vagones.
- Taller 5. Secuencias de vagones.
- Taller 6. Bolos tumbando, puntos voy sumando.
- Taller 7. Dando al blanco, voy ganando.
- Taller 8. ¡El número de la suerte!

³ Tomando como referencia la distribución de grados realizada por el Ministerio de Educación Nacional en los Estándares de Competencias de Matemáticas (MEN, 2006), los niveles del Semillero Matemático se refieren a la agrupación de los estudiantes por grados de escolaridad, así: **Nivel 1** estudiantes de grado 1° y 2°; **Nivel 2**, grados 3° y 4°; **Nivel 3**, grado 5°; **Nivel 4**, grados 6° y 7°; y, **Nivel 5**, grados 8° y 9°. Para el caso del Club Matemático Euler no se habla de niveles, pues este semillero está dirigido a estudiantes de décimo y undécimo grado.

- Taller 9. Haciendo arreglos.
- Taller 10. Recubriendo superficies.
- Taller 11. Un cuento con políominós.
- Taller 12. Tío Jorge y los sólidos.

En estos talleres se presentan actividades matemáticas alrededor de conceptos pertinentes a la edad de seis y ocho años de los estudiantes de los grados de primero y segundo, según los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, tales como: significados del número en diferentes contextos (conteo, comparación y medición), la noción de la suma y su propiedad asociativa; la noción de variación, de probabilidad, de combinatoria y permutación, de área, de perímetro; el reconocimiento de figuras geométricas y sólidos, así como de sus propiedades.

A continuación, se da una breve presentación de cada taller, con el apoyo de las Ilustraciones 1, 2, 3 y 4 que dan cuenta de la portada de cada uno.

Los Talleres 1 y 2 buscan introducir tareas matemáticas para dar apertura a la metodología de la resolución de problemas al exigir la lectura comprensiva, la retención y el análisis de información en los niños, así como el razonamiento lógico; de manera que estos talleres exigen del profesor dinamismo y la puesta en marcha de recursos discursivos acertados para movilizar e involucrar a los estudiantes en las actividades propuestas teniendo en cuenta que, la experiencia de aula y la abundante investigación nos señalan que, los estudiantes poseen estilos cognitivos, ritmos de aprendizaje e intereses diferentes; que hay algunos de ellos con más capacidad para resolver problemas que otros de su misma edad.

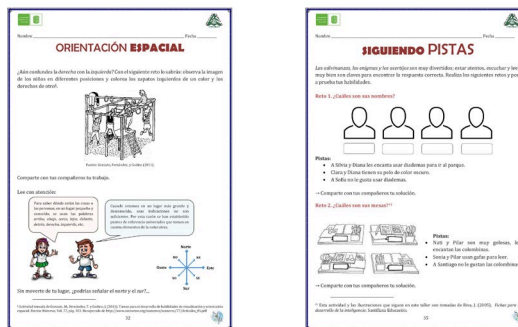


Ilustración 1. Portadas de los Talleres 1 y 2.

El Taller 1, en particular, se desarrolla en el marco de un juego para atraer el interés de los niños, para cautivar e incentivar su motivación; para fortalecer el respeto a las reglas, en particular a la opinión del otro; y para aportar a la actividad el desafío personal de ganar a los contrincantes y conseguir los objetivos establecidos de forma individual o colectiva, siendo estas tres características fundamentales del juego (Chamoso, Durán y

García, 2004). El Taller 2 propone desafíos lógicos para que los estudiantes establezcan inferencias.

Los Talleres 3, 4 y 5 requieren de las regletas de Coussinaire para realizar actividades asociadas a los pensamientos numérico y variacional.

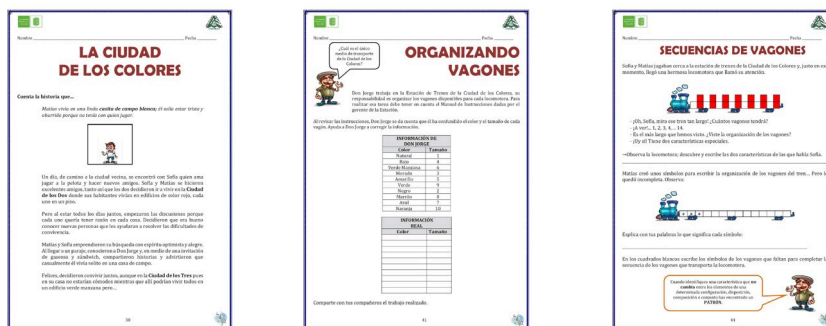


Ilustración 2. Portadas de los Talleres 3, 4 y 5.

Los Talleres 6, 7, 8 y 9 presentan actividades para potenciar el pensamiento aleatorio, esto en el contexto del juego con bolos, dardos, dados y el análisis de una situación escolar familiar.

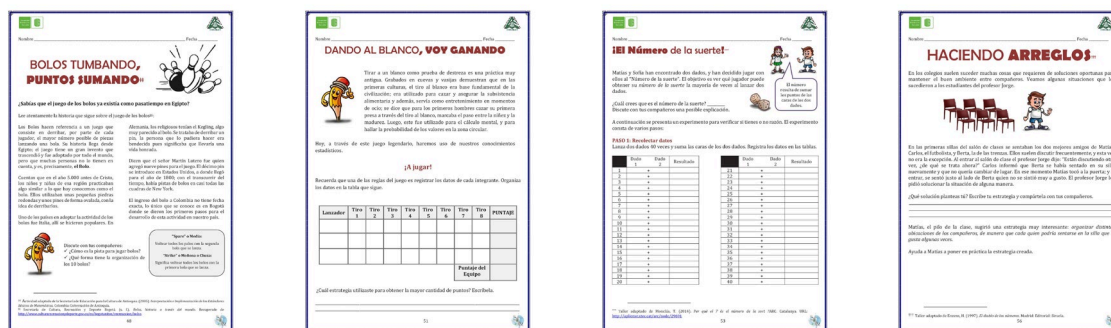


Ilustración 3. Portadas de los Talleres 6, 7, 8 y 9.

Los Talleres 10, 11 y 12 conducen al estudiante a explorar las actividades universales de contar y medir centrando la atención en la comprensión de los conceptos de longitud y área que suelen ser presentados a los estudiantes de manera abstracta y formal; en estos talleres se emplea material concreto para facilitar el análisis de las situaciones problemas que, al resolverlas, resaltan la importancia de los conceptos involucrados.

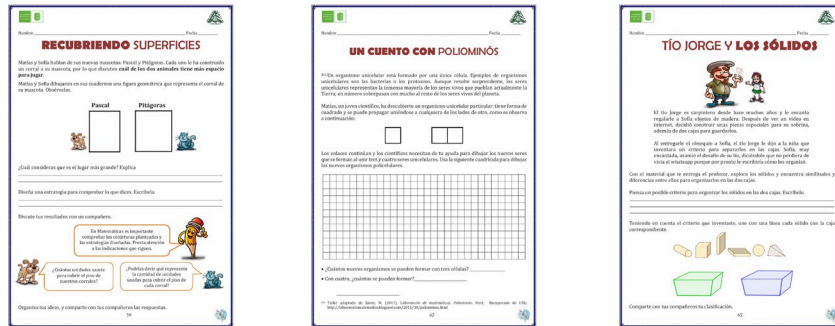


Ilustración 4. Portadas de los Talleres 10, 11 y 12.

Como se podrá verificar al analizar los talleres, la introducción de conceptos de mayor complejidad se realiza de manera gradual, partiendo siempre de los conocimientos previos y del lenguaje que maneja el estudiante.

De otra parte, el Apéndice A presenta los Apoyos del Diseño Didáctico (APODID) de los Talleres 1, 2, 3, 4, 5 y 8; cada APODID es un recurso pedagógico pensado para el profesor que se inicia en el uso de la metodología de resolución de problemas y en el uso de talleres mediante los cuales se procura que el estudiante sea quien construya el conocimiento matemático, lo cual exige que el profesor estimule la actividad matemática del estudiante en lugar de dar respuestas.

Y es que, precisamente, el APODID surgió en el Semillero Matemático al observar que no es suficiente con que un recurso sea diseñado a la luz de la resolución de problemas para que el profesor lo implemente bajo este mismo enfoque (Barajas y Jaimes, 2015). El APODID de cada taller ha sido elaborado por los profesores del Semillero con la intención de:

- ✓ Orientar sobre aspectos conceptuales asociados al objetivo de enseñanza de cada taller.
- ✓ Ayudar a evitar la improvisación favoreciendo una cierta continuidad y progresión en los aprendizajes en torno a los procesos matemáticos.
- ✓ Compartir las experiencias y conocimientos de los profesores del SM para facilitar el entendimiento del taller diseñado y, a su vez, de la metodología de la resolución de problemas.

El diseño del APODID emerge de las guías docentes del Proyecto *Guatemala* elaboradas por el Ministerio de Educación de Guatemala y la Agencia de Cooperación del Japón –JICA–; a partir de la Ilustración 5 se precisa su estructura, a saber:

- ✓ El nombre del taller que se está apoyando.
- ✓ El pensamiento matemático que mayor ponderación tiene en el diseño del taller.
- ✓ El propósito del taller.

- ✓ Los materiales requeridos para la actividad propuesta.
- ✓ Imágenes ilustrativas del taller. Sobre partes esenciales del taller aparecen globos de textos con orientaciones (O0, O1, O2, O3, O4, ...) que, en su mayoría, son profundizadas después para alcanzar el objetivo de enseñanza desde la metodología de la resolución de problemas. Las orientaciones se refieren a la orquestación que el profesor realiza sobre el saber matemático y los recursos; precisan aspectos que “no deben escapar” en el aula, por ello hay orientaciones de **lanzamiento** para motivar e introducir el taller o el tema de aprendizaje, y orientaciones para **la práctica** las cuales favorecen el buen desarrollo de la actividad matemática y la gestión del profesor en el aula.

APODID
APOYO DEL DISEÑO DIDÁCTICO

ORIENTACIÓN ESPACIAL

PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS METRICOS

PROPÓSITO
Fortalecer la capacidad de orientación espacial en relación a los puntos cardinales.

MATERIALES
Problemas y rejillas (digitales o en físico para pegar en el tablero).

LANZAMIENTO
O0: Reconocer y aplicar las matemáticas en contextos no matemáticos.

EN LA PRÁCTICA
O1: Promover el trabajo individual o en parejas para conocer los presaberes de los estudiantes.

O2: Circular por el salón mientras los estudiantes trabajan es fundamental para recoger elementos para la puesta en común.

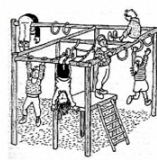
O3: Ordenar las respuestas de los estudiantes para analizarlas es importante para que ellos lleguen a la respuesta correcta.

O4: Usar el cuerpo para relacionarlo con la ubicación de los puntos cardinales.

Nombre _____
Fecha _____

ORIENTACIÓN ESPACIAL

¿Aún confundes la *derecha* con la *izquierda*? Con el siguiente reto lo sabrás: observa la imagen de los niños en diferentes posiciones y colorea los zapatos izquierdos de un color y los derechos de otro³.



Fuente: González, Fernández, y Godino (2011).

Comparte con tus compañeros tu trabajo.

Lee con atención:

Para saber dónde están las cosas o las personas, en un lugar pequeño y conocido, se usan las palabras *arriba, abajo, cerca, lejos, delante, detrás, derecha, izquierda*, etc.

Cuando estamos en un lugar más grande y desconocido, esas indicaciones no son suficientes. Por esta razón se han establecido puntos de referencia universales que toman en cuenta elementos de la naturaleza.




Sin moverte de tu lugar, ¿podrías señalar el norte y el sur?...

³ Actividad tomada de González, M., Fernández, Y. y Godino, J. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Revista Matemática*, Vol. 7(1) págs. 101. Recuperado de http://www.revistamat.org/numeros/numeros/77/Actividad_05.pdf

Ilustración 5. Primera página de un APODID con los globos de orientaciones.

Se espera que con el APODID el profesor, en algún sentido, *escape* a su forma habitual de entender y practicar la enseñanza, propiciando espacio para el protagonismo de los procesos subyacentes en la resolución de problemas, para:

1. Facilitar la puesta en marcha de los procesos de comunicación, razonamiento y la argumentación, la representación y la elaboración, comparación y ejecución de procedimientos a través de las actividades propuestas en los materiales didácticos divulgados en este libro.
2. Ser un modelo de pensamiento para sus estudiantes; la manera como orienten a los estudiantes, las preguntas que formulen, las representaciones que empleen durante la resolución de problemas y la actitud frente a las dificultades servirán de modelo para los estudiantes quienes irán incorporando herramientas cognitivas y metacognitivas.
3. Ser un monitor externo del proceso de aprendizaje de los estudiantes, aportando, en un primer momento, las ayudas necesarias que faciliten la ejecución de determinadas actuaciones cognitivas las cuales, sin esta ayuda externa, el estudiante no podría realizar. En un segundo momento, el profesor irá retirando gradualmente esta ayuda, en la medida en que el estudiante sea capaz de utilizarla de manera cada vez más autónoma.

Finalmente, el APODID es un recurso flexible que puede y debe adaptarse a la realidad concreta donde se desee aplicar el taller.

A continuación, se presentan los talleres con la expectativa de que estos, al ser aplicados en distintas aulas de clase en el marco de la resolución de problemas, motiven el aprendizaje de las matemáticas, además de que favorezcan el pensamiento matemático de los estudiantes.

3

Apoyos del Diseño Didáctico de Talleres



PROPÓSITO

Fortalecer la capacidad de orientación espacial en relación a los puntos cardinales.

MATERIALES

Problemas y rejillas (digitales o en físico para pegar en el tablero).

LANZAMIENTO

00: Reconocer y aplicar las matemáticas en contextos no matemáticos.

EN LA PRÁCTICA

01: Promover el trabajo individual o en parejas para conocer los presaberes de los estudiantes.

02: Circular por el salón mientras los estudiantes trabajan es fundamental para recoger elementos para la puesta en común.

03: Ordenar las respuestas de los estudiantes para analizarlas es importante para que ellos lleguen a la respuesta correcta.

04: Usar el cuerpo para relacionarlo con la ubicación de los puntos cardinales.

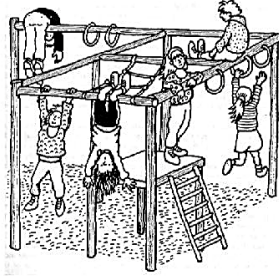




Nombre _____
Fecha _____

ORIENTACIÓN ESPACIAL

¿Aún confundes la *derecha* con la *izquierda*? Con el siguiente reto lo sabrás: observa la imagen de los niños en diferentes posiciones y colorea los zapatos izquierdos de un color y los derechos de otro[§].



Fuente: Gonzato, Fernández, y Godino (2011).

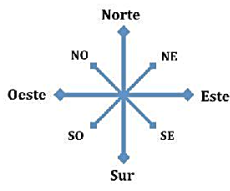
Comparte con tus compañeros tu trabajo.

Lee con atención:

Para saber dónde están las cosas o las personas, en un lugar pequeño y conocido, se usan las palabras *arriba, abajo, cerca, lejos, delante, detrás, derecha, izquierda*, etc.

Cuando estamos en un lugar más grande y desconocido, esas indicaciones no son suficientes. Por esta razón se han establecido puntos de referencia universales que toman en cuenta elementos de la naturaleza.





Sin moverte de tu lugar, ¿podrías señalar el *norte* y el *sur*?...

§ Actividad tomada de Gonzato, M., Fernández, T. y Godino, J. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Revista Números*, Vol. 77, pág. 103. Recuperado de http://www.sineuton.org/numeros/numeros/77/Articulos_05.pdf

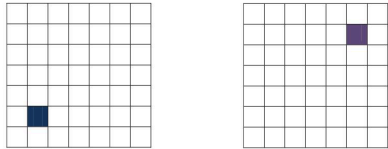
32

05: Brindar a los estudiantes las instrucciones para realizar actividad, teniendo en cuenta la profundización de esta orientación.

Nombre _____ Fecha _____

¡PRACTIQUEMOS LOS PUNTOS CARDINALES!

1. Para usar las cuadrículas que siguen, escucha con atención las instrucciones.



2°. Ahora, ubica las letras en la siguiente rejilla usando las pistas que están en la parte de abajo.

		M
	R	
X		V

PISTAS

1. A está al este de R.
2. S está al este de E.
3. X está al sur de T.
4. Y está al norte de X.
5. P está al oeste de V.
6. T está al oeste de M.
7. U está al sur de M.
8. M está al oeste de S.

Socializa con tus compañeros tu solución; explica la estrategia que usaste para llenar la rejilla.

"Actividad tomada de Zuluaga, C. (2013). Proyecto Colombia Aprendiendo. Rejilla, Noviembre.

33

Nombre _____ Fecha _____

JUEGO DE REJILLAS

Usa este material para el juego. Presta atención a la reglas de juego.

1.

		D	
C			
	R		M
2.

A		I
	B	
3.

	T		Z
B			
			N
4.

	Ñ		X
Y		Z	

El juego acabó, ¿cuántos puntos obtuvo tu equipo, y quién ganó?

Oye, ¿cómo se relacionan los puntos cardinales con la Matemática?

34

06: Explicar las reglas del juego que aparecen en la profundización de esta orientación.

07: Plantear una situación hipotética para mostrar la utilidad del conocimiento favorece la relación del estudiante con el mismo.

MATERIAL

PRESTE ATENCIÓN

Para el juego *Juego de Rejillas* que está al final del taller, es recomendable el uso de un videobeam; en caso de no contar con él, se sugiere imprimir el material llamado T_1_JuegoRejillas, que está en el disco compacto, en hojas de colores (por una cara el número y por la otra el problema o el *gana/pierde puntos* y el *cede el turno*) para pegarlo en el tablero con el número visible. A medida que los estudiantes seleccionen un número, se voltea la hoja correspondiente para mostrar el problema.

LANZAMIENTO

PRESTE ATENCIÓN

00: Solicite a un estudiante que lea el título y que lo interprete. Pida a otros estudiantes que expresen su interpretación para enfocar la atención hacia la interacción entre el ser humano y el ambiente ya que la orientación espacial implica “la capacidad que tenemos para comprender la situación de nuestro cuerpo en el espacio en relación con los objetos, y estos con nuestro cuerpo”⁴. Estimule la participación. Algunas experiencias harán emerger la conexión entre otras ciencias y la orientación espacial, por lo que los estudiantes traerán a mención sus clases de Geografía.

Desde sus orígenes los humanos han necesitado desplazarse de un lugar a otro; actividades como la recolección de productos, la pesca o la caza requirió grandes desplazamientos, de aquí que, un buen conocimiento del terreno y las habilidades para orientarse y poder volver a la caverna, la choza o a los lugares sagrados fueron fundamentales para la supervivencia.

EN LA PRÁCTICA

PRESTE ATENCIÓN

01: Esta actividad es de orientación estática del sujeto y de los objetos la cual ayudará al estudiante a entender su esquema corporal, identificar y utilizar sus polaridades: arriba-abajo, izquierda-derecha, delante-detrás, utilizar dicho lenguaje para describir la posición del propio cuerpo, o de otro observador, con respecto a objetos u otras personas y las posiciones de objetos con respecto a otros objetos⁵.

Permita que cada estudiante lea y realice la primera actividad sin aclarar cuál es la derecha o la izquierda. Si los estudiantes desean trabajar con un compañero, permítalo; incluso si observa dificultades para empezar a colorear, indique que trabajen en parejas.

Tenga presente que, por ser este el primer taller, puede encontrar estudiantes que no realizan la actividad a menos de que usted les diga cómo y qué hacer. Motive a estos

⁴ Serra, E. (1991). Apuntes de Educación Física de Base. Granada, Inef.

⁵ Gonzato, M., Fernández, T. y Godino, J. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Revista Números*, (77), 102.

estudiantes a leer la información del taller por sí mismos para que ellos sean quienes encuentren la respuesta a “¿qué hay que hacer?”. No valide ni invalide ninguna solución; absténgase de evaluar el trabajo de los estudiantes. Si al trabajar en equipo observa diferentes posiciones entre los estudiantes, motive para que juntos evalúen cada interpretación y cada uno exponga argumentos al compañero para llegar a un consenso que permita avanzar en la actividad. Permita el debate y la confrontación promoviendo el respeto a la diferencia pues, como se espera, puede suceder que los estudiantes ignoren la dirección de cada niño en la imagen y coloreen, por ejemplo, todos los zapatos derechos tomando de referencia su propia derecha.

02: Mientras los estudiantes trabajan supervíselos e involúcrelos en la tarea. Antes del momento de la puesta en común, seleccione (sin decirlo) los estudiantes que mostrarán su resultado; el criterio de selección debe incluir el error y las dificultades que observó en el trabajo individual, además de quien haya realizado correctamente la tarea.

03: Cada actividad de cada taller debe ser socializada pues los estudiantes deben tener la oportunidad de hablar, responder y cuestionarse entre ellos, de manera que esto sea un apoyo para el aprendizaje de cada compañero de la clase⁶. Motive a los estudiantes a intervenir, a plantear preguntas y escuchar respuestas; incluso que pregunten “¿por qué?” pues ésta exige una justificación. Si observa dificultades para avanzar, oriente con preguntas: *¿todos los niños están mirando hacia el mismo lado? ¿Esto tiene algo que ver?*

04: Para la segunda pregunta sobre el norte y el sur, se espera que los estudiantes dejen ver sus dificultades para indicar los puntos cardinales. Permita que los estudiantes trabajen en equipo; escuchará respuestas como “*el norte está allá y el sur allá*”, mientras otros refutarán diciendo, por ejemplo, “*¡No! El norte es allá porque mi casa queda en...*” Puede ocurrir que quienes no hayan dado una respuesta se involucren en el debate, la mayoría ubicándose respecto al lugar en donde viven, y unos pocos argumentarán de acuerdo al lugar en donde se encuentran. Dé un espacio prudente para el debate, ellos mismos pedirán su intervención en el momento en el que digan “*¡No! Cierta profe que el norte es...*”.

La Rosa de los Vientos es una herramienta de navegación que permite guiar a los marineros mostrándoles la orientación de los ocho vientos principales. Además, es anterior a la invención de la brújula y fue empleada en el siglo XIII por los navegantes españoles e italianos, quienes identificaban su posición interpretando las coordenadas que los vientos indicaban sobre el diagrama.

En Colombia ha sido utilizada tanto en la navegación comercial como en los barcos oficiales encargados de proteger las aguas nacionales.

En ese momento no valide ni invalide las respuestas de los estudiantes, oriente con preguntas para que ellos encuentren el argumento válido... *¿Todos vivimos en el mismo lugar? ¿Entonces, tu norte es el mismo de pepito? ¿Por qué ocurre esto?* Dirija las respuestas buscando el objetivo del taller, de allí saldrá la necesidad de hablar de la Rosa de los Vientos, el para qué sirve, quién la inventó. El cierre de esta actividad consiste en que los estudiantes reconozcan y usen la Rosa de los Vientos.

⁶ NCTM. (2015). *De los principios a la acción para garantizar el éxito matemático para todos*. México: Editando Libros S.A

Usando la Rosa de los Vientos (puede ser una hecha en cartulina), póngala en el piso para que los estudiantes identifiquen mejor los puntos cardinales usando el cuerpo como referencia, orientando nuestro frente hacia el Norte, estaría hacia atrás el Sur, a la derecha estaría el Este y a la izquierda el Oeste. En relación al lugar donde están, se espera que los estudiantes con esta actividad pregunten: *¿y entonces en dónde está el norte verdadero?* Respuesta que se dará hasta terminar el taller pues se requiere de un área al aire libre para que a través de la experiencia los estudiantes encuentren la respuesta (documentétese al respecto⁷).

O5: *¡Practiquemos los puntos cardinales!* servirá como preparación para el *Juego de Rejillas*, en relación a fortalecer la orientación espacial empleando los puntos cardinales.

En la primera actividad se busca que el estudiante dibuje en cada cuadrícula el recorrido que resulte de los movimientos que usted indicará en voz alta (*avanza dos cuadros al este, dos al norte...*), hasta llegar a un *punto final* que será elegido en secreto también por usted. Para iniciar, cada estudiante pondrá la punta de un color en el cuadrado oscuro. Al finalizar la primera cuadrícula, socialice inmediatamente; esto permitirá corregir errores y contribuir a la interiorización de los puntos cardinales.

Se debe tener presente que, en la socialización, usted es un moderador; se trata de que los estudiantes, de manera colectiva, lleguen a la solución lo cual implica, que entre ellos se corrijan. Con la cuadrícula pegada en el tablero o proyectada, solicite a un estudiante que pase al tablero para realizar el recorrido nuevamente y a otro que repita los movimientos; los compañeros serán quienes validen o invaliden el recorrido resultante; los estudiantes serán quienes retroalimenten la actividad. Posteriormente, cada estudiante revisará su propio recorrido y, en caso de error, lo corregirá.

La segunda actividad muestra una de las rejillas, la cual se debe completar con las pistas dadas. Motive a los estudiantes para que la realicen individualmente; se espera que algunos de ellos ubiquen las letras arbitrariamente pasando por alto que cada letra tiene una ubicación específica en la rejilla. Oriente y precise el uso de las pistas para favorecer el éxito del juego.

De la experiencia en esta actividad, hemos observado que, entre compañeros, al ver que unos terminan primero que otros, se precisan el uso de las pistas. Si no es así, acérquese a los estudiantes e indague por las estrategias usadas para ubicar las letras (sin decir que está bien o mal; la intención de preguntarles es que ellos mismos noten el error): *¿cómo supiste que la letra A iba en ese cuadro y no en otro?* Escuche los argumentos de los estudiantes y luego intervenga: *¿puedes ubicar las letras en cualquier lugar o existe alguna regla para hacerlo?*

La estrategia para llenar la rejilla correctamente es ubicar la pista clave (aquella que da una posición exacta). Al socializar, mostrando la rejilla en el tablero, pida a un estudiante leer la primera pista y pregunte: *¿es posible ubicarla fácilmente? ¿Por qué?...* Continué la lectura de las pistas, los estudiantes se irán dando cuenta de la estrategia de

⁷ Existe diferentes métodos. Para los niños de primero o segundo grado, sugerimos el procedimiento de la sombra proyectada <<http://es.wikihow.com/encontrar-el-norte-verdadero-sin-br%C3%BAjula>>.

evaluar cada pista para detectar la pista clave. Sugiera encerrar o tachar la pista ya utilizada.

06: Reglas del Juego:

- El grupo de estudiantes se divide en equipos de máximo 3 integrantes.
- Cada equipo tendrá un líder y un nombre.
- En el tablero se escribirán los nombres de los equipos y los puntos que se vayan acumulando.
- Cada equipo tendrá una hoja de “juego de rejillas” con el nombre del equipo. Quien lleva el turno elige un número el cual está asociado a un problema que se debe resolver, o a ganar, perder puntos y ceder el turno; se dan 5 min para solucionar el problema.
- Todos los equipos resolverán el problema elegido. Las pistas para llenar la rejilla se proyectarán o leerán.
- Cuando el profesor indique que el tiempo finalizó, los líderes de los equipos entregarán la hoja con la respuesta.
- El profesor dará prioridad al equipo que lleva el turno, por lo que revisará su hoja primero; si la respuesta es correcta gana 5 puntos; si no, revisa la solución del siguiente equipo según el orden de entrega, y así sucesivamente hasta verificar que algún equipo haya logrado la solución, este equipo ganará 4 puntos. En caso de que los equipos no logren la solución correcta, entre todos se construirá; cada problema debe ser socializado. Algunos números tienen asociado *gana y pierde* puntos.
- Gana el equipo que acumule más puntos.

07: Para concluir el taller, proponga la siguiente situación hipotética: Estamos de excursión en Santa Marta, de camino a la playa Juan se separó del grupo y no tiene la dirección del hotel, pero sabe que éste queda al Norte. Una mujer le señala hacia donde está. ¿Cómo podrá Juan saber si lo que dijo la mujer es correcto si no tiene la Rosa de los Vientos ni una Brújula?

PROPÓSITO

Establecer relaciones entre proposiciones para realizar inferencias.

MATERIALES

Cuatro tarjetas con imágenes de personajes reconocidos.

LANZAMIENTO

00: Un juego con personajes conocidos hará que los estudiantes comprendan la importancia de escuchar, observar y analizar para ganar.

EN LA PRÁCTICA

01: Permitir que los estudiantes lean e interpreten la información del reto para proponer una primera solución.

02: Socializar dando un orden específico a las respuestas de los estudiantes para llegar a la respuesta correcta.

03: Indagar el trabajo individual para verificar que los estudiantes trabajen razonando y no a ensayo y error.



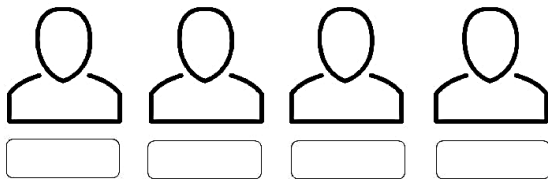


Nombre _____
Fecha _____

SIGUIENDO PISTAS

Las adivinanzas, los enigmas y los acertijos son muy divertidos; estar atentos, escuchar y leer muy bien son claves para encontrar la respuesta correcta. Realiza los siguientes retos y pon a prueba tus habilidades.

Reto 1. ¿Cuáles son sus nombres?



Pistas:

- A Silvia y Diana les encanta usar diademas para ir al parque.
- Clara y Diana tienen su pelo de color oscuro.
- A Sofía no le gusta usar diademas.

→ Comparte con tus compañeros tu solución.

Reto 2. ¿Cuáles son sus mesas?††



Pistas:

- Nati y Pilar son muy golosas, les encantan las colombinas.
- Sonia y Pilar usan gafas para leer.
- A Santiago no le gustan las colombinas.

→ Comparte con tus compañeros tu solución.

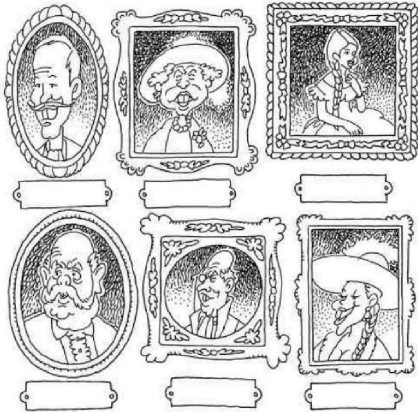
†† Esta actividad y las ilustraciones que siguen en este taller son tomadas de Riva, J. (2005). *Fichas para el desarrollo de la inteligencia*. Santillana Educación.

35


04: Estimular la autonomía y el trabajo en equipo.

Nombre _____ Fecha _____

Reto 4: ¿Quiénes son?
Escribe el nombre de cada miembro de la familia González debajo de su retrato.



Pistas:

- Isidoro y Serafín son dos personas muy mayores.
- Las dos señoras más jóvenes se llaman Tatiana y Adelina.
- La señora mayor se llama Rosalía.
- Adelina no lleva sombrero.
- Pedro y Serafín llevan bigote.
- Adelina y Tatiana tienen trenzas.

→ Comparte con tus compañeros tu solución.

36

05: Fomentar la discusión entre pares, enriquece la habilidad de justificar las relaciones e inferencias realizadas.

Nombre _____ Fecha _____

Reto 5: ¿De dónde son estos chicos?



Lee las pistas y escribe el nombre del país de cada chico en los espacios correspondientes.

1. _____ 2. _____
3. _____ 4. _____
5. _____

Pistas:

- Los chicos que son de Argentina, Perú y España no tienen el pelo negro.
- El chico que es de Colombia no usa gafas.
- Los chicos de Brasil y Argentina están de pie.
- Al chico de Perú no le gusta el fútbol.
- El chico de Brasil no tiene a nadie a su derecha.

→ Comparte con tus compañeros tu solución.

37

06: Proponer una competencia entre parejas.

07: Concluir el taller analizando en cuáles otros contextos es necesario analizar, interpretar y establecer relaciones.

LANZAMIENTO

PRESTE ATENCIÓN

00: Seleccione e imprima las cuatro tarjetas con imágenes de personajes reconocidos para los niños.

En clase, muestre cada personaje y descríbalos con tres frases que no sean evidentes y que permitan a los estudiantes relacionar información para delimitar los personajes conocidos. Al finalizar el lanzamiento, pregunte a los estudiantes por las habilidades que requirieron para adivinar los personajes: escuchar, observar y analizar cada pista dada. Posteriormente entregue la primera hoja del taller.

EN LA PRÁCTICA

PRESTE ATENCIÓN

01: En este reto, como en los demás, pida a los estudiantes que lean y propongan una solución. Permítalos trabajar libremente, motivándolos a que lean y usen la información para solucionar el reto. Absténgase de decir al grupo “escriban el nombre de cada niña usando las pistas” pues esto hace parte de la interpretación que ellos deben realizar al leer el reto. Posiblemente escuchará comentarios como “*no entiendo*”, “*¿cómo así?*”, ante estos comentarios que señalan que los estudiantes no están entendiendo el problema del reto, pida a un estudiante que lea y comunique su interpretación; este tipo de gestión es de gran importancia en los momentos en los cuales los estudiantes buscan que el profesor les diga exactamente qué deben hacer porque “cuando se estimula al estudiante a pensar, razonar y comunicar resultados de su pensamiento, ya sea de forma oral o escrita, el estudiante aprende a ser claro y convincente”⁸ ya que las intervenciones positivas o negativas que se intercambian en estos procesos de comunicación promoverán la construcción de la solución del reto; su papel será orientar a los estudiantes remitiéndolos a verificar si la solución se ajusta a las pistas, incluso cuando un estudiante le dice “*¿profe, cierto que Diana es la primera niña?*”, a esto usted podría responder “*continúa con el reto y al final verificas leyendo cada pista nuevamente*”.

Usted no debe calificar lo que el estudiante realice. Posiblemente los estudiantes buscarán trabajar con un par al no obtener respuestas concretas de su parte, aspecto positivo que refleja una decisión activa frente al problema: en lugar de no hacer nada, discutirá con su compañero para proponer una solución. Frente al trabajo en equipo, verifique que se esté dando una discusión sobre el problema para evitar que un estudiante trabaje mientras el otro es un receptor. Circule entre los estudiantes para observar estrategias que permitan alimentar la puesta en escena.

02: Involucre a los estudiantes en la puesta en común; para empezar, elija a un estudiante que tenga la solución incorrecta para que la comparta. Se espera que los compañeros se animen a decir que está mal; usted promoverá la construcción de argumentos que precisen el error; esto es muy importante ya que “los estudiantes que se involucran en discusiones para justificar soluciones, especialmente cuando hay desacuerdo, llegarán a una mejor comprensión matemática

⁸ Suárez, S., Rojas, S. y Parada, S. (2013). Actividades de refuerzo para estudiantes de once grado alrededor de sus habilidades comunicativas en matemáticas: una alternativa de preparación para el ingreso a la universidad. *Revista Científica*, pp. 418-422.

a medida que intentan convencer a sus compañeros sobre los diferentes puntos de vista”⁹. Permita que diferentes estudiantes compartan su solución hasta que entre ellos mismos lleguen a la solución mientras usted modera la discusión. Tenga presente esta orientación para gestionar todas las puestas en común del taller.

Entre las dificultades que podrá observar en este reto, es que no se cuenta con una imagen precisa de cada niña. Oriente al grupo para encontrar una estrategia para solucionar esto, hasta que ellos usen los cuatro esbozos para dibujar las características de las niñas, a partir de ellos podrán deducir quién es cada niña (para el caso de la ilustración de abajo, de izquierda a derecha, se tiene a Diana, Clara, Sofía y Silvia).



Fuente: Trabajo de un estudiante del Semillero Matemático.

03: Se espera que para el Reto 2, los estudiantes tengan mayor habilidad para resolver el problema dadas las orientaciones recibidas en la puesta en común anterior. Nuevamente, propicie el espacio para el trabajo individual o en equipo.

Cuando los estudiantes lean la primera pista notarán que no pueden ubicar inmediatamente los nombres dados ya que necesitan una pista más para descartar. Podrá encontrar estudiantes que empezarán a relacionar correctamente la mesa y su dueño pero sin dar cuenta de lo que hacen. Ante respuestas correctas también indague al estudiante para que comunique sus razonamientos pues esto, incluso, le permitirá darse cuenta si el estudiante comprendió el reto 1 y el objetivo del nuevo. Para esto haga preguntas como: *¿quiénes son los personajes?, ¿por qué ubicaste a... en este lugar?, ¿por qué no en este otro?* Estas preguntas básicas le permitirán saber si el estudiante realizó algún discernimiento o simplemente escribió los nombres sin analizar las pistas dadas. Incluso que usted señale erróneamente un dueño para una mesa incitará al estudiante a refutar empleando las relaciones que él haya encontrado; esta estrategia ayuda al estudiante a desarrollar su habilidad de explicar y justificar lo realizado.

04: Se espera que en este reto, y los siguientes, los estudiantes pongan en juego su habilidad interpretativa la cual se puede entender como la capacidad para comprender y dar sentido a la estructura de un problema¹⁰. También se espera que contrasten las pistas para descubrir relaciones entre las características de los personajes que señalan las pistas.

En la medida que los estudiantes perciban sus aciertos, esto los motivará a participar y querer compartir sus soluciones; quienes no aciertan deben ser motivados, para ello lea con el estudiante el problema, ayúdele a analizar la información de la pista con la ilustración a través de

⁹ NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA, EUA: National Council of Teachers of Mathematics.

¹⁰ Suárez, S., Rojas, S. y Parada, S. (2014). Habilidad para interpretar enunciados y sus repercusiones en la resolución de problemas. En: Arenas, G. y Roa, S. (eds.). *Memorias del VIII Simposio Nororiental de Matemáticas*. pp. 347-351. Publicaciones Universidad Industrial de Santander: UIS, Bucaramanga

preguntas que permitan establecer relaciones. No ignore al estudiante que tiene dificultades o recae en las soluciones erradas; motive a los estudiantes a intentar solucionar cada reto una y otra vez pero con un elemento adicional y muy importante para la resolución de problemas: realizando un seguimiento a cada intento para controlar los errores en las relaciones y aumentar la posibilidad de llegar a la solución correcta. Un acompañamiento acertado busca mostrar al estudiante otras maneras de analizar el problema y de usar los errores a favor, esto aumentará la confianza del estudiante y fortalecerá la relación profesor-estudiante-conocimiento matemático.

06: Pida a los estudiantes que se organicen en parejas, cada integrante con su hoja, para realizar una competencia entre equipos. Establezca un tiempo límite para solucionar el reto. Una vez finalizado el tiempo, recoja una hoja de cada equipo (marcada con el nombre de los integrantes). Socialice el reto tomando una hoja al azar y escribiendo la solución en el tablero; motive a los estudiantes a revisar la solución hasta que ellos construyan la correcta. Revise cada solución y, quizás, ponga una carita feliz a quienes lo hicieron bien, y un “inténtalo de nuevo” para los que no acertaron. Señale que lo importante no es “lo correcto” sino el ejercicio de pensar y proponer una solución ante un problema, actividad que (se espera) todos hayan realizado. ¡Por ello, todos serán ganadores!

07: Concluya el taller resaltando las actividades cognitivas más relevantes que tuvieron lugar para solucionar los retos y explicita en qué otras situaciones de la vida estas son importantes; señale que la Matemática no es sólo números y figuras: es una manera de pensar para solucionar problemas.

PROPÓSITO

Reconocer el significado de la suma a partir de longitudes continuas.

MATERIALES

Regletas de Coussinaire, dados, colores, pito, recortes del material que aparece al final de este apoyo (Matías y las locomotoras).



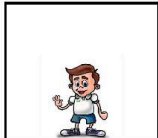


Nombre _____ Fecha _____

LA CIUDAD DE LOS COLORES

Cuenta la historia que...

*Matías vivía en una linda **casita de campo blanca**; él solía estar triste y aburrido porque no tenía con quien jugar.*



Un día, de camino a la ciudad vecina, se encontró con Sofía quien ama jugar a la pelota y hacer nuevos amigos. Sofía y Matías se hicieron excelentes amigos, tanto así que los dos decidieron ir a vivir en la **Ciudad de los Dos** donde sus habitantes vivían en edificios de color rojo, cada uno en un piso.

Pero al estar todos los días juntos, empezaron las discusiones porque cada uno quería tener razón en cada cosa. Decidieron que era bueno conocer nuevas personas que les ayudaran a resolver las dificultades de convivencia.

Matías y Sofía emprendieron su búsqueda con espíritu optimista y alegre. Al llegar a un paraje, conocieron a Don Jorge y, en medio de una invitación de gaseosa y sándwich, compartieron historias y advirtieron que casualmente él vivía solito en una casa de campo.

Felices, decidieron convivir juntos, aunque en la **Ciudad de los Tres** pues en su casa no estarían cómodos mientras que allí podrían vivir todos en un edificio verde manzana pero...



LANZAMIENTO

00: “La Ciudad de los Colores” es el contexto de una secuencia de talleres.

01: Disponer de la *foto* de la casa de Miguelito con antelación.

02: Narrar con ánimo la parte de la historia que falta; motivar a los niños a que presten atención.

03: Permitir que los estudiantes contesten las preguntas empleando sus propios sistemas de representación.

04: Favorecer el trabajo autónomo: cada estudiante realiza su dibujo empleando las imágenes mentales construidas a través de la lectura.

05: Socializar para compartir las diferentes representaciones.

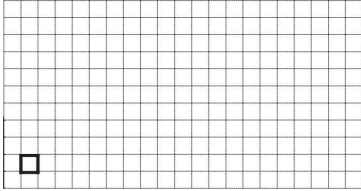
06: Entregar el material para observar en lo concreto la representación pictórica realizada y para contestar las preguntas formuladas.

Nombre _____ Fecha _____

Matías quiere dibujar los diferentes edificios que hay en la Ciudad de los Colores. Para eso diseñó una cuadrícula y dibujó la ~~casita de campo blanca~~ donde él vivía inicialmente, pero tiene dificultades para dibujar los demás edificios. Para ayudarte, contesta:

1. ¿Cuáles son los diferentes colores de los edificios de la Ciudad de los Colores?
2. ¿Cuáles son los diferentes tamaños de los edificios?

Dibuja los edificios usando colores y teniendo en cuenta el siguiente criterio: del *más pequeño* al *más grande* usando el color de cada uno.



Usando tu propia Ciudad de Colores, contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál edificio se forma juntando siete casas de campo?
2. ¿El edificio rojo es cuántas veces la casa de campo?
3. ¿Cuál es el edificio anterior al amarillo? ¿Por qué?
4. ¿Cuál edificio es más alto que el marrón y menos alto que el naranja?

Comparte con tus compañeros las respuestas.

39

EN LA PRÁCTICA

01: Dar las indicaciones del juego que están en la profundización de este comentario.

02: Este espacio debe ser usado por los jugadores para escribir matemáticamente la adición de vagones.

03: Circular entre los estudiantes para observar la escritura que realizan al usar símbolos aritméticos.

04: Realizar una alto en lo lúdico para detectar cómo los estudiantes están interiorizando el algoritmo de la suma.

Nombre _____ Fecha _____

¿QUIÉN TIENE EL TREN MÁS LARGO?

En la Ciudad de los Colores hay un único medio de transporte: el tren. A Matías y a sus amigos les encanta los trenes porque son muy coloridos y hay de varios tamaños.

Ahora construiremos nuestros trenes y haremos una competencia para ver quién logra el tren más largo. Presta atención a las indicaciones para armar el tren.



Ganador: _____



Ganador: _____



Ganador: _____



Ganador: _____



Ganador: _____

¿CUÁL ES LA MEDIDA DE CADA TREN?

Para finalizar, discute con tus compañeros la siguiente situación:

Ya se sabe que si se unen los vagones amarillo y rojo, se obtiene el vagón negro. Si juntamos el número 1 y el número 1, ¿obtenemos 11?...

Y si juntamos el 2 y el 4, ¿obtenemos 42?

40

MATERIAL

PRESTE ATENCIÓN

Asegúrese de tener suficientes regletas. Recorte los recursos que corresponden a este taller: la casita de campo de Matías y una locomotora para cada estudiante (están al final de este APODID).

LANZAMIENTO

PRESTE ATENCIÓN

00: La historia de la primera hoja y las actividades de la segunda hoja del taller comprenden el lanzamiento del taller; su propósito es que los estudiantes se familiaricen con las regletas y con los nombres de cada una, los cuales se refieren a números que dan cuenta de su tamaño. Se espera que el contexto ficticio de la Ciudad de los Colores enriquezca las actividades de este taller y las de los dos siguientes, en donde también se usarán las regletas. Se sugiere revisar con antelación la secuencia de talleres para evitar abordar conceptos que serán la base del desarrollo de cualquiera de los que siguen.

01: La historia tiene dos fases: una de ellas para ser leída por los estudiantes; la otra narrada por el profesor. En la primera fase, involucre a los estudiantes para centrar su atención sin usar las regletas; distribuya los párrafos entre diferentes estudiantes sin que se pierda el hilo de la historia. Es importante que quienes presentan dificultades en la competencia comunicativa, la velocidad y fluidez también participen.

Use la representación gráfica de la casita de campo de Carlitos (véalas al final de este APODID) para favorecer la construcción de imágenes mentales. Tenga presente que la imagen solo presentará el frente de la casita ya que esta es un cubo; es importante no perder esto de vista para evitar confundir el cuadrado con el cubo.

02: En la segunda fase, narre el resto de la historia, esforzándose por mantener el interés y la participación.

... cada uno en un piso para no tener problemas de convivencia.

Con el paso de los días, Marianita se puso triste porque sus nuevos amigos siempre jugaban los dos y a ella la dejaban fuera de sus juegos. Por lo que decidieron ir en busca de un amiguito más y conocieron a Yulita. Esto hizo necesario cambiar de vivienda pues cada uno quería mantener su independencia. Viajaron a una nueva ciudad: la Ciudad Morada.

Un día, de curiosos, se fueron de excursión a la gran ciudad y observaron que sus habitantes vivían en edificios de diferentes tamaños y colores: el de ocho pisos era marrón; el de cinco pisos era amarillo; el de siete, era negro; el de nueve, azul; el edificio naranja, era un piso más grande que el edificio azul, el edificio verde, era de seis pisos y todos eran felices.

Desde ese entonces las ciudades se unieron y se llamaron la Ciudad de los Colores, un lugar donde prima el respeto y la amistad.

Mientras transcurre la lectura, usted no debe dibujar en el tablero los edificios que van surgiendo en la historia. Es actividad del estudiante usar su imaginación y la lectura para construir representaciones mentales y después expresarlas de manera escrita.

03: Las preguntas tienen por objetivo que los estudiantes expliciten las características (color y nombre) de los edificios para lograr una buena representación pictórica. Evite decir a los estudiantes cómo indicar los colores de los edificios; hemos observado, por ejemplo, que algunos estudiantes no usan la lengua castellana para escribir los colores, sino que emplean los colores para hacer una rayita de color amarillo para representar la regleta amarilla, una rayita azul para la regleta azul, etc. En cuanto al nombre que se refiere al tamaño y, posteriormente, al número asociado a la regleta, se espera que los estudiantes lo recuperen colectivamente partiendo de la casita de campo y tomando en cuenta el nombre dado a cada ciudad (regleta) en la historia.

Suele suceder que entre compañeros se validan e invalidan las respuestas que van surgiendo ya que los estudiantes prestan atención al trabajo que realiza el compañero. También suele ocurrir que algunos estudiantes no recuerdan algunas partes de la historia, por lo que se recomienda que el profesor realice preguntas para que entre pares se disipen dudas o evitar que algún niño no trabaje.

04: Las respuestas a las preguntas anteriores facilitarán la representación pictórica, sin embargo, los estudiantes suelen pasar por alto la condición dada para dibujar los edificios, por lo que algunos los dibujarán aleatoriamente. Al ser el dibujo una representación cognitiva externa que refleja la comprensión de la realidad es importante dejar que los estudiantes dibujen libremente para observar la interpretación que realizaron de la historia. Es necesario, ante la ausencia de la condición, pedir a los estudiantes que lean nuevamente la indicación y que, quizás, la subrayen para que sea más visible. Puede orientar preguntando: *¿tu dibujo cumple con la condición de Miguelito?*

Suele suceder que los compañeros, al estar atentos del trabajo de los demás, hacen caer en cuenta del error; ante esto, no intervenga salvo para orientar que se ajusten a las condiciones dadas en el taller. Insistimos: el profesor no válida ni inválida, esto lo hacen los compañeros en la puesta en común.

05: Pida a un estudiante que haya realizado un dibujo con errores que lo muestre pasando al frente. Pídale que explique lo que dibujó, esto con el propósito de que él explicita sus interpretaciones. Motive a los compañeros a observar y evaluar. Otra forma de socializar es pegando varias hojas de trabajo en el tablero y pedir a los estudiantes que analicen las representaciones, hasta que ellos descarten las representaciones erradas. Podrá observar en la puesta en común que en este punto del taller la noción de medida se ha venido desarrollando pues los estudiantes desde lo perceptivo han medido; en la siguiente actividad se espera que ellos junten las regletas a fin de compararlas y ordenarlas.

06: Solo después de socializar entregue las regletas. Recuerde dar el espacio para que los estudiantes manipulen el material; podría motivarlos a que cada uno haga una construcción (algunos realizan trenes, castillos, robots, etc.). Controle el tiempo. Posteriormente, oriente para que los estudiantes elijan las regletas que representan los edificios de La Ciudad de los Colores, precisando en el color y la longitud, estas dos cualidades permitirán ponerle nombre a cada regleta.

Respecto a las preguntas planteadas, de la experiencia sabemos que a los estudiantes les cuesta distinguir que la regleta azul, por ejemplo, mide nueve. Pregunte: *¿qué podemos hacer para saber cuánto mide la regleta?* De los estudiantes pueden surgir las siguientes estrategias: ordenarlas para comparar longitudes; o usar cubitos unitarios para saber cuántos hacen la regleta azul.

EN LA PRÁCTICA

PRESTE ATENCIÓN

01: El material necesario para el juego es: una caja con regletas, un dado, cuatro locomotoras. EL número de jugadores es cuatro (si no hay suficientes estudiantes, pueden hacer en parejas).

Un estudiante será nombrado el **Guardia del Tren** y será quien administre las regletas. Cada jugador tendrá su locomotora. El dado circulará entre los jugadores quienes harán un lanzamiento a la vez en cada una de las cuatro rondas.

El objetivo del juego es formar un tren lo más largo posible, para ello el primer jugador tira el dado, al sacar, por ejemplo, el cuatro el Guarda le da el vagón correspondiente (regleta rosada) y el jugador pone su primer vagón a la locomotora; va el segundo jugador, el Guarda le da su vagón; el tercer jugador, ..., y así sucesivamente hasta que cada estudiante tenga los cinco vagones de su locomotora. Perceptivamente los estudiantes sabrán cuál tren resultó más largo y tendrán el ganador. Cada estudiante deberá escribir cuánto mide su tren. El juego se realiza mínimo tres veces y máximo cinco. En cada juego cambia el Guarda del Tren.

Se espera que, mediante el juego, emerja la suma con varios sumandos desde la noción de medida construida en la etapa anterior del taller. Indique a los estudiantes que al finalizar cada partida, cada jugador debe representar en la locomotora del taller sus vagones y registrar al ganador (para ello está en el taller la locomotora con una hilera de cuadrados).



02: Al término de la primera partida, llame la atención de los estudiantes y diga: *¡Levanten la mano los ganadores!* Pregunte a algún estudiante: *¿por qué sabes que eres el ganador?* A lo que seguramente él responderá: *¡porque mi tren fue el más largo!* Pregunte: *¿cómo supiste que era el tren más largo?* La intención de esta (y otras preguntas que el profesor debe construir) es explorar el razonamiento empleado por los estudiantes para determinar la locomotora más larga; la discusión se debe concentrar en llegar a la expresión numérica. Pida al estudiante que escriba en el tablero la medida de todos los vagones de su locomotora.

Para el caso que se obtenga en una partida los vagones *amarillo, rojo, verde claro, natural y verde claro* suelen presentarse cualquiera de las siguientes representaciones:

A R V N V - A+R+V+N+V - A+R+2V+N - 5 2 3 1 3 - 5+2+3+1+3

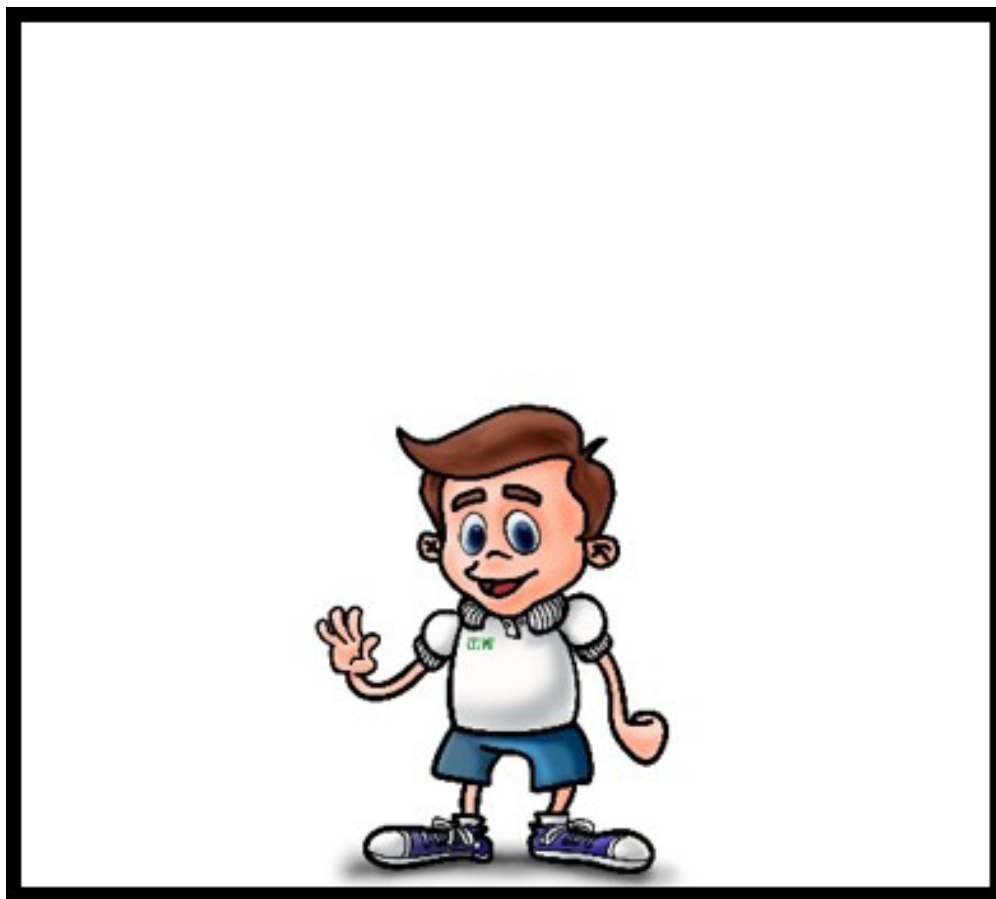
Una buena estrategia para favorecer la respuesta aritmética que se espera es socializar las diferentes representaciones de los otros ganadores y preguntar: *¿Cuál de todas ellas puede ser entendida por cualquier persona?* De manera que los estudiantes deberán concluir que es la notación 5+2+3+1+3, distinguiendo porqué las otras no son del todo confiables (5+2+3+1+3 es un lenguaje universal, cualquier persona que conozca los números y el signo de la suma entenderá qué sucede).

Posteriormente, se realizan los siguientes juegos, verificando que los estudiantes realizan el cambio de representación: del dibujo al simbolismo. Es responsabilidad del profesor movilizar el trabajo de los estudiantes de lo perceptivo a lo formal.

04: Durante el juego los estudiantes han “pegado” o “juntado” una regleta con otra para formar el tren. Esto podría llevarlos a una noción errónea de lo que es sumar: unir o juntar cosas.

Esta noción podría tener cabida en algunos casos, pero no siempre. Sumar 5 y 8 es 13, pero si *pegan/unen/juntan* los números se obtiene *cincuenta y ocho*. De manera que es importante señalar la diferencia entre el significado de juntar elementos, y el significado del número que representa una cantidad (en el contexto de La Ciudad de los Colores este representa la altura de los edificios o la longitud del vagón).

Promueva preguntas, indague la construcción de la noción de la suma realizada por los estudiantes; insista en que cada uno trabaje individualmente y escriba su respuesta en la columna blanca (lo importante no es si es correcta o no, sino movilizar el pensamiento ante la situación). Desplácese entre los equipos para abrir pequeños espacios de socialización.



PROPÓSITO

Identificar las propiedades conmutativa y asociativa de la suma.

MATERIALES

Colores, regletas y locomotora para cada estudiante.

LANZAMIENTO

00: Recordar el contexto de la Ciudad de los Colores.

01: Motivar la participación de los estudiantes: permitir que ellos sean quienes lean e interpreten la situación presentada.

02: Garantizar el espacio para que los estudiantes evalúen individualmente la validez de la información dada.

03: Socializar y generar reflexión sobre las diferentes estrategias empleadas para corregir la información de Don Pedro.



Nombre _____ Fecha _____



ORGANIZANDO VAGONES



¿Cuál es el único medio de transporte de la Ciudad de los Colores?

Don Jorge trabaja en la Estación de Trenes de la Ciudad de los Colores, su responsabilidad es organizar los vagones disponibles para cada locomotora. Para realizar esa tarea debe tener en cuenta el Manual de Instrucciones dadas por el gerente de la Estación.

Al revisar las instrucciones, Don Jorge se da cuenta que él ha confundido el color y el tamaño de cada vagón. Ayuda a Don Jorge a corregir la información.

INFORMACIÓN DE DON JORGE	
Color	Tamaño
Natural	1
Rojo	4
Verde Manzana	6
Morado	3
Amarillo	5
Verde	9
Negro	2
Marrón	8
Azul	7
Naranja	10

INFORMACIÓN REAL	
Color	Tamaño

Comparte con tus compañeros el trabajo realizado.

41

Nombre _____ Fecha _____

DESPACHANDO LOCOMOTORAS

Hoy es un día muy especial para Don Jorge: su sobrino Matías estará con él en la Estación y le ayudará a organizar los vagones para despachar las locomotoras.

Don Jorge deberá entrenar a su sobrino para que pueda ayudarlo, para ello propone unas actividades que están en el Manual de Instrucciones para entender lo que hay que hacer.

1: Trenes de dos vagones

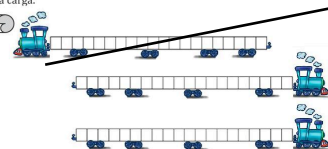
INSTRUCCIÓN: Organizar los vagones de las locomotoras en el orden estricto que se mencionan los colores. Indicar el tamaño de la carga.

Dos Vagones

Tren 1:
Azul - rojo

Tren 2:
Naranja - verde manzana

Tren 3:
Marrón - blanco



Comparte con tus compañeros los resultados obtenidos.

Lee con atención la conversación entre Don Jorge y Matías:

- Matías: Oye Tío, ¿notaste que no todas las locomotoras están del mismo lado?
- Tío: Claro que lo vi: una está a la izquierda y las otras a la derecha... Eso está extraño; nunca lo había visto antes.
- Matías: ¿Qué sucedería si yo ubico todas las locomotoras del mismo lado?
- Tío: ¡No! ¿Cómo se te ocurre!
- Matías: Tío, no habrá problemas. Mira que quien hizo las instrucciones no sabe algo que yo sí sé.
- Tío: Niño caprichoso, te digo que no.

Analiza la situación y descubre qué es lo que sabe Matías. Escribe una conclusión.

Comparte con tus compañeros tus hallazgos.

42

EN LA PRÁCTICA

01: Permitir que los estudiantes trabajen en parejas para favorecer las habilidades de interpretación y justificación. Facilitar las regletas, colores y la locomotora.

02: Se espera que los estudiantes elaboren procedimientos que incorporen el uso de los números arábigos, los símbolos de la suma y el igual para expresar el tamaño de la carga del tren.

03: Socializar.

04: Favorecer el trabajo autónomo y el análisis de la situación para que emerja la propiedad conmutativa.

05: Socializar y promover la reflexión para generalizar: *¿Funcionará esto con números cualesquiera o sólo cuando intervienen dos?* Permitir que los estudiantes conjeturen.

Nombre _____ Fecha _____

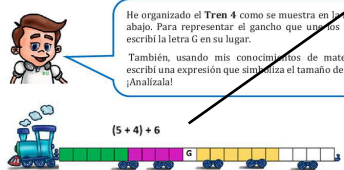
2: Trenes de tres vagones

INSTRUCCIÓN: Para organizar trenes de tres vagones debe cumplirse la siguiente condición: dos de los vagones deben ir pegados y el otro separado pero unido al tren con un gancho. Indicar el tamaño de la carga expresando el tamaño de los vagones.

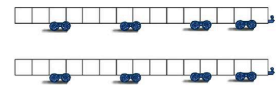
Tres Vagones

Tren 4:
Amarillo-morado-verde

Tren 5:
Blanco-negro-rojo



Matías sabe que hay más formas de organizar los vagones con la condición dada. ¡Encuétralas!



El Tío Jorge se pregunta: **¿Por qué la longitud del tren no cambia al organizar los vagones de diferente forma?** Discute la respuesta con tus compañeros, y escribe una conclusión.

Las propiedades que acabas de estudiar al organizar los vagones se llaman _____ y _____.

43

06: Verificar que los estudiantes comprenden la nueva instrucción.

07: Escuchar cómo interpretan los estudiantes los paréntesis. Promover el trabajo con las regletas para encontrar las otras opciones.

08: Se espera que con esta pregunta todos los estudiantes alcancen el objetivo del taller. Antes de abordarla, los estudiantes organizarán el Tren 5 trabajando con las locomotoras y las regletas; la representación simbólica se realiza en el revés de la hoja.

09: En la socialización, establecer la conexión entre las conjeturas planteadas en la actividad de la página anterior y la propiedad asociativa.

010: Enseñar a los estudiantes los nombres de las propiedades y relacionarlos con su respectivo significado.

MATERIAL

PRESTE ATENCIÓN

Recorte con antelación las locomotoras, según la cantidad de estudiantes de su aula de clase.

LANZAMIENTO

00: La actividad de la primera hoja es el lanzamiento del taller, el cual tiene por propósito traer a la memoria los elementos más importantes del contexto de la Ciudad de los Colores e introducir un personaje y una situación nueva. Por ello, antes de entregar la hoja, pregunte a los estudiantes *¿cuál es el único medio de transporte de la Ciudad de los Colores?* Algunos de los estudiantes darán respuestas como: *vivían unos amigos que vivían en casas... una casa era de color rojo y otra blanca...* Aunque no serán las respuestas correctas, no omita estas frases; permítale reconstruir la historia ya que más adelante los tamaños de los edificios de la Ciudad de los Colores les permitirá validar, o no, las situaciones planteadas el taller.

02: Permita que cada estudiante revise la información proporcionada en la tabla; recuerde que uno de los indicadores que se deben motivar para el desarrollo del empoderamiento matemático a través de la resolución de problemas se refiere al compromiso de los estudiantes para resolver las actividades, esto para superar la actitud pasiva en la cual el estudiante espera a que el profesor le indique qué y cómo hacerlo.

Entregue las regletas de Coussinaire. Para diligenciar la tabla de “Información Real”, algunos estudiantes podrían utilizar un color para señalar la información correcta y una equis (X) si es errónea. Otros no estarán seguros del número asociado a cada regleta; oriente con preguntas para que el estudiante establezca equivalencias entre las regletas de manera que ponga en juego la adición y la descomposición de números naturales para determinar el tamaño de la regleta.

Es importante que dé el tiempo prudente para que todos los estudiantes realicen la actividad utilizando sus propias estrategias. Mientras ellos trabajan, dispóngase para responder a las inquietudes de los estudiantes, pero con el cuidado de no indicarles que una estrategia es más preferible que otra; además debe estar alerta con los estudiantes que no trabajan o que desarrollan estrategias totalmente erradas.

03: Podrá observar que algunos estudiantes ordenarán de menor a mayor tamaño las regletas para escribir en la hoja la información solicitada. Indague por qué esa estrategia funciona, esto para que los estudiantes reflexionen sobre la cualidad de *ser consecutivas*: la regleta azul va después de la marrón porque es equivalente a la marrón *junto* a la de color natural; es decir: $9 = 8 + 1$. Esto podrá dar lugar a preguntar por otras equivalencias para enfatizar en la descomposición.

EN LA PRÁCTICA

01: Los estudiantes evidencian diferentes formas de trabajar según su relación con la matemática y la propia personalidad, por lo que podrá encontrar que algunos que prefieren trabajar solos y en silencio o, incluso, que no participan y prefieren esperar a que los compañeros hagan para copiar. El trabajo entre pares los anima a generar y expresar estrategias; además promueve el intercambio de ideas y el manejo adecuado del diálogo y la discusión, lo cual implica desarrollar la habilidad de escuchar a los demás.

Durante la actividad propuesta en la tercera hoja del taller, vigile que los estudiantes estén compartiendo puntos de vista. Por ejemplo, al colorear los vagones en la representación del tren, los estudiantes colorean sin dificultad los vagones de la primera locomotora, pero en las siguientes, donde la locomotora está en sentido contrario, podrán tener conflicto para decidir si colorean de izquierda a derecha, o de derecha a izquierda. Es en esta situación en donde se espera que, al circular entre las parejas, se observe que los estudiantes están defendiendo con argumentos la interpretación realizada. Tenga presente no apoyar la posición de un estudiante o de otro, en lugar de ello recuérdelos que cuentan con el material concreto para validar o invalidar argumentos.

02: Para indicar el tamaño de la carga empleando notación numérica sugiera que lo hagan encima de cada locomotora. Tenga presente que no todos los estudiantes la escribirán de la misma forma pese a que en el taller anterior se introdujo la forma simbólica de la suma, por lo que algunos al expresar el tamaño de la carga recurrirán a escribir *color azul más color rojo* o escribirán la longitud total. Motíuelos a buscar una forma de expresión con la que todos puedan entender la longitud de la carga. Una manera de orientar a quienes no elaboren procedimientos aritméticos formales podría ser: *Supongamos que todos los niños no conocen las regletas ni sus colores, ¿de qué forma escribirían la longitud de la carga?* Así los estudiantes podrán caer en la cuenta de que escribir el número que representa la longitud de cada regleta será la mejor representación, que el usar el símbolo de la adición indica que “están juntos” y que el símbolo del igual expresa que esa suma es la longitud de la carga.

03: En la puesta en escena se evidenciará, con la expresión que da cuenta de la longitud de la carga del tren, que algunos estudiantes tuvieron dificultad al interpretar la instrucción “el orden estricto” de los vagones pues suelen ignorar que esta se da en relación a la ubicación de la locomotora por lo que, por ejemplo, para el segundo tren escribirán $3+10$ en lugar de $10+3$. Es decir, dejarán de lado la dirección de la locomotora y expresarán los números de izquierda a derecha. Intervenga formulando preguntas que generen reflexión y que les permita a los estudiantes realizar los procedimientos que se ajusten a la instrucción.

04: Para favorecer la motivación invite a una pareja para realizar la dramatización del diálogo. Pídales un primer análisis de la situación. Escúchelos sin validar. Se espera que con esta participación los demás estudiantes quieran participar dando su interpretación. Oriente para que vuelvan al trabajo en parejas y para que discutan con el compañero. Posiblemente algunos estudiantes no verán nada de particular o simplemente se fijarán en la orientación de la locomotora dejando de lado las cantidades numéricas involucradas. Oriéntelos haciendo preguntas: *¿de qué manera los trenes han cambiado en algo?* Los estudiantes deberán darse cuenta que, aunque la locomotora cambió de dirección, la longitud del tren sigue siendo la misma, además de notar que, aunque se escriba $9+2$ o $2+9$ la suma no se altera, alcanzando así la noción sobre la conmutatividad: el orden de los sumandos no altera el resultado. Verifique que todos hayan llenado las líneas.

05: Pida a diferentes estudiantes que lean su “descubrimiento”. Pida a otros que comprueben que lo que dicen es cierto usando el material concreto para validar. Pregunte por qué puede Don Pedro estar tranquilo en caso de que se cambie de dirección la locomotora (porque no cambiará la longitud del tren). Lleve a los estudiantes a analizar qué pasaría en el caso de tener tres vagones; permítales usar las regletas para construir una conjetura.

Escriba en el tablero las hipótesis que formularán los estudiantes, señalando que con la siguiente actividad verificarán su validez. En este punto del taller no es necesario explicitar que se está hablando de “la propiedad conmutativa”; antes de ello permita que los estudiantes fortalezcan la construcción de su significado.

06: Esta actividad tiene por objetivo enfrentar al estudiante con un escenario que

involucre el uso de un nuevo símbolo matemático. Para esto se empieza con una situación ficticia que da paso a una representación pictórica que luego introduce el símbolo. De manera que el paréntesis surge por la necesidad comunicativa de Miguelito al querer expresar la carga del tren teniendo en cuenta la condición dada en la instrucción. En la medida que se promuevan variadas situaciones donde los niños tengan la necesidad de registrar cantidades y se aliente el intercambio de las diferentes producciones, con sus explicaciones y argumentaciones, se logrará un avance en las conceptualizaciones numéricas de los niños¹¹.

Se sugiere leer la nueva instrucción antes de entregar la hoja a los estudiantes, luego pídale que organicen el tren usando su locomotora y las regletas que corresponden al Tren 4. Esto le permitirá observar cómo los estudiantes procesan la información escuchada; en particular podrá observar cómo representan “el gancho”. Se sugiere unificar “el gancho” dejando un espacio. Después de que los estudiantes comprendan la instrucción, entregue la hoja.

07: En el taller se muestra la representación simbólica de la Opción 1 y se introduce el paréntesis. Incentive la reflexión y el análisis de la misma. De nuestra experiencia hemos encontrado que algunos de los estudiantes no conocen este símbolo. Dé oportunidad para que los estudiantes interpreten el “nuevo símbolo” empleando el contexto: *“los vagones que estarán juntos estarán encerrados mientras que el vagón que está solo atado al gancho estará a fuera”*, esta ha sido una de las respuestas de nuestros estudiantes; *“parece que estuviera abrazando los vagones”*, es otra expresión que podrían dar los estudiantes. Estas interpretaciones son válidas dada la edad de los escolares para quienes interpretar y producir escrituras numéricas no es fácil ya que se trata de un camino que recorre el estudiante a lo largo de su escolaridad otorgándole diversos significados y sentidos.

Para encontrar las otras opciones de organizar los vagones en la locomotora, pida a los estudiantes que usen las regletas para este fin. Indique que organicen y dejen visibles las tres opciones para analizarlas y continuar construyendo el sentido del paréntesis en la escritura. Motive a los estudiantes para que intenten escribir con símbolos lo que ven.

Anímelos a pasar al tablero a escribir sus resultados para que otros estudiantes los validen empleando el contexto. Por ejemplo, quien escriba $5+4+6$ está representando una locomotora con tres vagones juntos; quien escriba $5+(4+6)$ está representando que el vagón de tamaño 5 está suelto y que los vagones de tamaño 4 y 6 están agrupados o juntos. Realice el mismo ejercicio con el Tren 5 y socialícelo de manera similar.

08: Motive a los estudiantes para que den una respuesta a la pregunta. Oriéntelos para que tengan en cuenta toda la información dada. Obtener una conclusión no será fácil, por ello pida a los estudiantes que analicen la pregunta de Don Pedro pues él está afirmando algo (la longitud de los trenes es la misma) que ellos deben verificar.

Algunos estudiantes usarán los cuadros de la representación pictórica o las regletas para dar cuenta de la longitud, evadiendo la representación simbólica. Recuerde que los estudiantes no usan lenguaje formal, por lo que sus conclusiones estarán muy sujetas a las interpretaciones del contexto; al circular por el salón, dialogue con ellos pidiéndoles que expliquen lo que escriben para observar si la respuesta se acerca a lo esperado; en caso tal, oriente.

09: Aproveche las diferentes respuestas y, en particular, las estrategias empleadas por los estudiantes al calcular la longitud de los trenes, esto con el fin de fortalecer la noción de la propiedad asociativa de la adición: *el orden de los vagones no cambió y aunque la manera cómo se*

¹¹ Cañellas, A., Rasetto, M. (2013). *Representaciones infantiles sobre las notaciones numéricas* Recuperado de <http://www.scielo.org.co/pdf/ted/n33/n33a04.pdf>

agruparon sí cambió, esto no afectó la longitud de la carga. Aproveche para preguntar: ¿qué pasaría con la longitud de la carga si cambiamos el orden de los vagones también? Esto permitirá evaluar la conjetura sobre si se cumple la propiedad conmutativa para más de dos números.

Reiteramos la importancia de la interacción entre estudiantes y estudiante-profesor durante todas las actividades del taller, en particular en la puesta en escena pues la interacción ayuda a construir conocimiento y a potencializar el empoderamiento matemático, esa interacción con sus pares (e incluso con los recursos) le permite al estudiante confrontar, comparar y retroalimentar su conocimiento. Al interactuar se reflexiona sobre las ideas elaboradas y sobre el propio conocimiento que se posee o se está construyendo y aún sobre los propios errores y dificultades.

Respecto a la representación numérica, oriente al grupo para que trabajen sobre esta. En caso tal, permita que los estudiantes expliquen por qué no trabajaron con ella. Oriente para que los estudiantes observen cómo se realiza la suma cuando hay “agrupaciones” o “encerramientos”; use el contexto para mantener el sentido que se ha venido construyendo.

Verifique que todos los estudiantes corrijan su conclusión.

010: Indique a los estudiantes los nombres de las propiedades. Para fortalecer el objetivo del taller, simule la organización de tres vagones con los estudiantes teniendo en cuenta la instrucción respectiva, indicando que para representar “el gancho” se tomarán de la mano. Realizando esta actividad surgirá la palabra *grupos*, entendiendo que, aunque se *reúnan* de diferentes maneras se tiene la misma cantidad de niños. Puede aumentar la cantidad de estudiantes a seis, y conmutarlos y asociarlos de diferente manera para que se disipen las dudas.

Al concluir la clase, enfatice en que la escritura matemática ayudó a Don Pedro y a Miguelito a recordar la organización de sus vagones. Es decir, encontramos que las notaciones tienen como función comunicar, memorizar y registrar, por ello la escritura matemática es universal.

PROPÓSITO

Reconocer patrones para predecir elementos de una secuencia.

MATERIALES

Regletas de Coussinaire, lápiz, tren para pegar en el tablero, locomotora.

**LANZAMIENTO**

00: Preparar el material con anticipación. Recordar el contexto de la Ciudad de los Colores para darle continuidad a la secuencia didáctica.

01: Motivar la observación; promover el trabajo en equipos ayudará a los estudiantes a proponer posibles características.

02: Socializar.

03: Simbolizar es una actividad importante a la hora de representar una situación. Permitir que los estudiantes interpreten los símbolos.

04: Socializar.

05: Evaluar la comprensión de la noción de “patrón” preguntando: *¿si se quiere poner otro vagón en el tren, ¿cuál sería su color?*

EN LA PRÁCTICA

01: Favorecer el trabajo autónomo y en parejas. Socializar la respuesta de cada actividad antes de avanzar.

02: Entregar la locomotora y las regletas para que cada pareja arme el patrón.

03: Sugerir el uso de la locomotora y las regletas, en caso de observar dificultades para detectar el patrón.

04: Motivar a los estudiantes para continuar con la actividad; indicar que el punto 3 servirá de reto para un compañero.

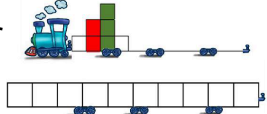
05: Para validar, pida a cada estudiante que construya el tren de 10 vagones usando el patrón encontrado.

Nombre _____ Fecha _____

¡PRACTIQUEMOS!

Usa las regletas de Coussinaria para construir trenes con nuevos patrones y escribe la secuencia.

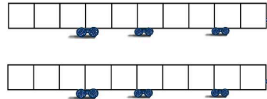
1. Encuentra el patrón en el siguiente tren y completa 10 vagones.



2. Observa la siguiente locomotora y encierra el patrón de la secuencia de los vagones.



3. Usando las regletas de Coussinaria, inventa con patrones diferentes dos locomotoras de 10 vagones cada una, después escribe la secuencia de cada una.



4. Reta a tu compañero: pídele que descubra los patrones de cada secuencia de vagones. ¡Intercambia tu hoja!

Patrón de la locomotora 1: _____
Patrón de la locomotora 2: _____

45

Nombre _____ Fecha _____

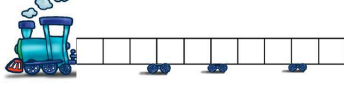
¡HAGAMOS PREDICCIONES!

Matías y Sofia aprovecharon la visita a la estación para jugar a hacer predicciones sobre el color de los vagones de los trenes. Ahora es tu turno; ¡sigue las instrucciones!

Instrucciones:

- ✓ Lee el patrón de la secuencia de vagones que tendrá la locomotora.
- ✓ Organiza las regletas usando el patrón para completar la cantidad de vagones que se indican.
- ✓ Realiza las predicciones que se piden.

Locomotora 1:
Patrón: Rojo, Natural.
Número de vagones: 10



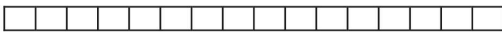
¿De qué color es el último vagón? _____

Predicción: Si el tren tiene 15 vagones, ¿cuál será el color del último vagón? _____

→Discute con tus compañeros la estrategia que utilizaste para realizar la predicción.

Locomotora 2:
Patrón: Verde manzana, natural, amarillo.
Número de vagones: 16

Suponiendo que la locomotora está a la izquierda, escribe en símbolos la secuencia de los vagones:



Predicciones: Si el tren fuera de 20 vagones, ¿cuál será el color del vagón 18? _____

¿Y el color del vagón 19? _____

→Discute con tus compañeros la estrategia que utilizaste para realizar las predicciones.

46

06: Indagar sobre el significado de “predecir” para favorecer la comprensión de la actividad a realizar.

07: Motivar a los estudiantes para que continúen empleando el material concreto y después comunicar la secuencia de manera escrita.

Nombre _____ Fecha _____

 Se llama **secuencia** a un conjunto formado por elementos que están ordenados de una manera especial.

Locomotora 3:
Patrón: Negro, blanco, blanco, azul.
Número de vagones: 16

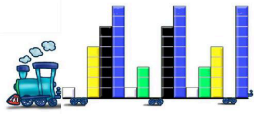
Escribe en símbolos la secuencia de los vagones:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Predicciones: Si el tren fuera de 26 vagones, ¿de qué color será el vagón 22? _____
¿De qué color será el vagón 25? _____
→ Comparte con tus compañeros los resultados.

¡UN RETO FINAL!

Al terminar la tarde, Matías observó que ningún tren tenía vagones separados por ganchos, por lo que concluyó que el siguiente tren había perdido algunos vagones. Observa:



¿Podrías encontrar los vagones perdidos? Escribe la secuencia completa.

?															?

47

08: Dar sentido a la definición conectándola con la actividad que se viene realizando.

09: Evaluar lo aprendido a través de una competencia sana y una situación retadora.

MATERIAL

PRESTE ATENCIÓN

00: Para favorecer la socialización de la actividad que se propone en la primera hoja, se sugiere realizar el tren de la primera situación para pegarlo en el tablero (o si se cuenta con videobeam, proyectarlo). Prepare una locomotora para cada estudiante.

LANZAMIENTO

PRESTE ATENCIÓN

00: Las dos primeras hojas representan el lanzamiento del taller pues se requiere que los estudiantes organicen los trenes poniendo las regletas de manera vertical ya que, según nuestra experiencia, de esta manera es más *visible* el patrón de las secuencias el cual hace referencia al tamaño de cada regleta y la relación de orden existente (mayor que- menor que).

Antes de entregar la primera hoja, realice algunas preguntas para retomar la historia de la Ciudad de los Colores, y verifique que los estudiantes aún asocian correctamente el color de cada regleta con el número que representa su longitud.

01: Promueva el trabajo en equipo; entregue el material (locomotora y regletas) para armar el tren, esto facilitará que observen que la posición de los vagones es vertical. Se espera que

los estudiantes describan verbalmente el patrón visual de la secuencia de los vagones al tiempo que, con las regletas, “alarguen” el tren agregando otra secuencia blanco-rojo.

02: Realice la socialización con la locomotora que usted diseñó. Algunas posibles respuestas que escuchará en la puesta en común serán: *la locomotora es bonita, tiene muchos colores, etc.*; guíe a los estudiantes con preguntas como: *¿recuerdan cómo eran los trenes antes?* (los vagones estaban en posición horizontal), *¿qué sucede con los colores de los vagones de este tren?* (tienen un patrón: blanco-rojo). Al encontrar las dos características, pida a los estudiantes que revisen la respuesta escrita en su hoja y, en caso tal, que realicen correcciones.

03: Además de dar apertura a la comprensión de notaciones simbólicas inventadas y convencionales, los símbolos “B y “R” tienen como propósito facilitar el registro de los colores de los vagones, esto debe ser inferido por los estudiantes. Motive el trabajo en parejas para favorecer la argumentación de “B” y “R”; si observa dificultades pregunte por los vagones del tren para favorecer la interpretación. Circule por el salón para motivar a los estudiantes para escribir su interpretación pues suele suceder que evaden esta actividad.

04: Habiendo elegido con anticipación el orden de la participación de los estudiantes, pida a los estudiantes leer lo escrito; es importante pedir a los estudiantes que compartan lo escrito porque con ello se valora el esfuerzo de escritura que realizan, a la vez que permite evaluar el progreso en la comprensión matemática y da la oportunidad de adecuar la enseñanza en formas que apoye el aprendizaje¹².

Motive a los compañeros para que evalúen la interpretación realizada de manera, que como producto de esta interacción, el grupo concluya que “B” simboliza el color “blanco” y “R” el color “rojo” del vagón.

Cuide de que la respuesta correcta no le haga olvidarse de aquellos estudiantes que en silencio resguardan dudas o confusiones respecto de la actividad que se realiza. Por ello, se sugiere que pida, a quienes no participan en la socialización activamente, que escojan una regleta cualquiera e inventen y escriban en el tablero un símbolo para ella (relacionado con el color); con esta actividad construirán colectivamente la notación simbólica para cada regleta.

Proporcione el espacio para completar la secuencia del tren usando la notación simbólica. Aproveche para preguntar a los estudiantes si la secuencia “1-2-1-2-1-2” es la misma. En este reconocimiento se basa la idea de que dos situaciones diferentes pueden tener las mismas características matemáticas y, por tanto, son la misma en cuanto a algunos aspectos importantes. Saber que el patrón citado podría describirse bajo la forma *B-R* o *1-2* constituye para los estudiantes una primera introducción al Álgebra.

05: La intención de la información del globo es darle un nombre, a lo que los estudiantes ya detectaron: el patrón. La pregunta sugerida permitirá observar quiénes aún no han construido la noción de patrón, ante dificultades insista en el análisis de la secuencia de los vagones.

EN LA PRÁCTICA

PRESTE ATENCIÓN

01: El propósito de las tres actividades de “Practiquemos” es favorecer la identificación de los patrones para crear secuencias, al igual que promover el uso de la comunicación escrita. Es

¹² NCMT. (2015). *De los principios a la acción. Para garantizar el éxito matemático para todos*. México: Editando Libros S.A.

importante que cada actividad se realice pausadamente; tómese el tiempo para observar *qué* y *cómo* realizan los estudiantes cada actividad. Insistimos en que para los escolares no es fácil trabajar de manera autónoma pues –como hemos mencionado– están a la expectativa de que el profesor indique el *qué* y *cómo*; por ello se sugiere mantener la paciencia mientras los estudiantes comprenden que es responsabilidad de ellos leer e interpretar las actividades propuestas; poco a poco comprenderán que en la interacción con sus pares podrán superar dificultades, disipar dudas y hacer más interesante el trabajo propuesto.

Para favorecer la motivación, permita que los estudiantes trabajen en parejas; circule constantemente entre los estudiantes resaltando los aciertos y la actitud perseverante.

Una vez realizada cada actividad, socialice el trabajo de los estudiantes para ir validando las respuestas y haciendo las orientaciones necesarias (tenga presente las precisiones que se han venido realizando a lo largo de los Apoyos Didácticos de los Talleres respecto a cómo movilizar la puesta en común).

02: Al promover el trabajo autónomo notará, por ejemplo, que en el punto 1 algunos estudiantes no reconocerán que el patrón es *B-R-V* ya que pocos se detienen a observar que el vagón blanco ya se ha repetido. Por ello, aproveche el material concreto para que los estudiantes exterioricen el patrón que han detectado y socialice los resultados (esto, además, permitirá observar si los estudiantes organizan las regletas en posición vertical). Después de esto los estudiantes construirán el tren completo. No es necesario que dibujen la secuencia obtenida; sin embargo, esté atento porque algunos estudiantes (al contar con colores) tienden a colorear los cuadritos que representan los vagones del tren, los cuales están hechos para la representación simbólica de la secuencia. Motive a los estudiantes para que comuniquen de manera escrita la secuencia.

03: Oriente a los estudiantes para que actúen como, detectives a quienes agudizan su vista para detectar aspectos que no son tan evidentes en una situación; para el caso particular de los trenes, se trata de identificar en el dibujo del tren algo que no cambia en la organización de los vagones.

04: Las actividades del punto 3 y 4 permitirán observar si los estudiantes relacionan cada regleta con su respectiva representación simbólica (recuerde que colectivamente ya han construido la notación simbólica de las regletas), además de identificar quiénes han desarrollado habilidad para pasar de lo concreto a lo abstracto y viceversa. Una dificultad que hemos observado es que algunos estudiantes realizan secuencias organizando los vagones aleatoriamente; para controlar esto, circule entre ellos para que compartan con usted la secuencia, y en caso de ser necesario, oriente para reconstruirla. Indique a los estudiantes para que escriban con buena grafía para facilitar el trabajo del compañero que recibirá la hoja al intercambiarla.

05: De la experiencia hemos observado que los estudiantes compiten por “ser el primero” en encontrar los patrones, por lo que no se toman el tiempo para analizar la secuencia que fue construida por el compañero. Recalque que lo importante no es la velocidad para dar una respuesta sino la capacidad para pensar y solucionar el reto. Precise que cada estudiante escriba el patrón detectado en el espacio asignado en la hoja. Esta actividad busca que sea el estudiante quien revise y evalúe su propio trabajo, por ello la sugerencia de que una vez encontrado el posible patrón, el estudiante lo valide al armar el tren teniendo en cuenta ese patrón, esto para comparar con la secuencia entregada por el compañero en notación simbólica. Motive para que los estudiantes no se den por vencidos ante el primer error.

07: Es importante que los estudiantes no cuenten con colores para favorecer el uso de la notación simbólica porque el propósito del taller es introducir el uso del lenguaje simbólico-literal para sustituir, interpretar y traducir la realidad (no quiere decir esto que el color no sirva para

simbolizar pues este es también un sistema de representación tanto lingüístico como visual).

De la experiencia tenemos que para los estudiantes no es difícil encontrar el vagón 15 ya que, por lo general, emplean las regletas para esto. Sin embargo, en la puesta en común, al pedirles en esta misma secuencia que lleguen al vagón 30 muchos dirán que sus regletas no alcanzan, con esto aparecerá la necesidad de buscar una estrategia para dar respuesta a la pregunta sin utilizarlas. Esta pregunta debe ser aprovechada para que los estudiantes analicen y creen otra estrategia diferente al uso de las regletas. Por ejemplo, algunos estudiantes recurrirán al conteo uno a uno de los colores usando los dedos de la mano para llegar al vagón pedido; otros al sentirse confundidos con los dedos utilizarán rayitas: $B/R/B/R/\dots$ para hacer el conteo hasta 30.

Durante esta actividad es importante observar lo que el estudiante hace y cuestionarlo para que comunique sus razonamientos, esto para identificar si está trabajando al azar o con una estrategia que evidencie el uso de *“esa cualidad que no cambia”* en la organización del tren.

Será difícil que los estudiantes lleguen a generalizar que para los vagones de posición impar el color será rojo, mientras que el que ocupa una posición par será de color natural, pero sí puede suceder que algún estudiante comparta en la puesta en común que agrupando los vagones de dos en dos, se puede saber el color: con 30 vagones se pueden hacer 15 grupos de dos sin que sobre, por lo que ese vagón será de color natural. No se frustre si los estudiantes no esgrimen estrategias sofisticadas o elaboradas para la predicción del vagón; el aprendizaje que pretende aportar la actividad “Hagamos predicciones” se centra en entender que el patrón permite realizar la secuencia de los vagones tan larga como se quiera, más que hacer la predicción que puede resultar muy exigente para los escolares.

08: Tenga presente que las secuencias trabajadas en el contexto de la Ciudad de los Colores tienen diferentes características *especiales*: el patrón que señala la regularidad en la organización de los vagones, un vagón va detrás del otro y en posición vertical.

09: Se sugiere que los estudiantes realcen la actividad en parejas. Para cerrar la clase, dé un tiempo limitado para realizar el reto e indique que una vez entregada la hoja no se devolverá para realizar correcciones. Socialice las soluciones y, como se ha venido señalando, permita que los estudiantes construyan la solución del reto.

APODID

APOYO DEL DISEÑO
DIDÁCTICO

¡EL NÚMERO DE LA SUERTE!

PENSAMIENTO
ALEATORIO Y
SISTEMAS
DE DATOS

PROPÓSITO

Desarrollar la noción de probabilidad mediante experimentos aleatorios como el lanzamiento de dos dados.

MATERIALES

Dos dados y colores para cada estudiante.

LANZAMIENTO

00: Permitir que los estudiantes exploren y reconozcan los posibles resultados del lanzamiento de los dados, antes de entregar el taller.

EN LA PRÁCTICA

01: Promover la participación de los estudiantes alrededor de la justificación de la hipótesis planteada.

02: Orientar a los estudiantes para que registren los lanzamientos en las tablas.



Nombre _____ Fecha _____

¡El Número de la suerte!

Matías y Sofia han encontrado dos dados, y han decidido jugar con ellos al "Número de la suerte". El objetivo es ver qué jugador puede obtener su *número de la suerte* la mayoría de veces al lanzar dos dados.

¿Cuál crees que es el número de la suerte? _____
Discute con tus compañeros una posible explicación.

A continuación se presenta un experimento para verificar si tienes o no razón. El experimento consta de varios pasos:

PASO 1: Recolección de datos
Lanza dos dados 40 veces y suma las caras de los dos dados. Registra los datos en las tablas.

	Dado 1	Dado 2	Resultado
1		+	
2		+	
3		+	
4		+	
5		+	
6		+	
7		+	
8		+	
9		+	
10		+	
11		+	
12		+	
13		+	
14		+	
15		+	
16		+	
17		+	
18		+	
19		+	
20		+	

	Dado 1	Dado 2	Resultado
21		+	
22		+	
23		+	
24		+	
25		+	
26		+	
27		+	
28		+	
29		+	
30		+	
31		+	
32		+	
33		+	
34		+	
35		+	
36		+	
37		+	
38		+	
39		+	
40		+	

*** Taller adaptado de Monclús, T. (2014). *Per què el 7 és el número de la sort?* ARC. Catalunya. URL: <http://apliensextec.cat/arc/node/29691>

53

07: Confrontar a los estudiantes frente a las distintas respuestas que se darán.





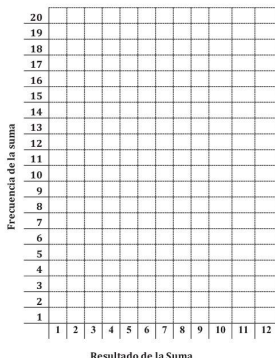
Nombre _____ Fecha _____

PASO 2: Sistematizar los datos

¿Cuántos resultados de suma diferentes salieron al lanzar los dados? ¿Cuántas veces salió cada resultado? Organiza los datos en el revés de la hoja.

PASO 3: Representar los datos

Observa la plantilla que está abajo, ¿cómo representarías en ella los datos obtenidos en el Paso 2?





El número de veces que se repite un dato se llama **Frecuencia**.

Ahora responde las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la suma que salió más veces? _____ ¿Y cuál es la suma que menos salió? _____
- ¿Y cuál es la segunda suma que salió más? _____ ¿Y el 12? _____
- ¿Cuál es la frecuencia del resultado 1? _____ ¿Y el 12? _____

Comparte tus respuestas e intenta explicar por qué algunas sumas ocurren más que otras.

PASO 4: Sacar conclusiones

Según los pasos anteriores, ¿al lanzar los dos dados, cuál es el número de la suerte? _____ ¿Es el mismo que pensaste antes? _____. Comparte con tus compañeros el resultado obtenido.

54





Ministerio de Educación
GOBIERNO DE LA REPÚBLICA DE CUBA



Nombre _____
Fecha _____

¿POR QUÉ EL 7 ES EL NÚMERO DE LA SUERTE?

Las cosas no suceden al azar. Usemos las matemáticas para saber por qué el 7 es el número de la suerte cuando se lanzan dos dados.



1. ¿De cuántas maneras puedes obtener los números del 1 al 13 con los dos dados? Escribe en la tabla todas las posibles formas.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		

2. Según los datos obtenidos, debajo de cada número indica si es *imposible*, *posible*, *poco seguro* o *seguro* obtener cada uno de ellos al lanzar los dos dados.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

3. Para finalizar: ¿Por qué el 7 es el número de la suerte al sumar las caras de dos dados? Explica.



La probabilidad permite calcular las posibilidades que existen de que un evento suceda al azar.



Las expresiones *imposible*, *posible*, *poco seguro* o *seguro* ayudan a describir la posibilidad de que suceda un evento.

55



O11: Socializar los comentarios de Sofía y Matías, y verificar que los estudiantes los comprenden y asocian al juego.

MATERIAL

PRESTE ATENCIÓN

Disponga el salón para poder realizar lanzamiento de los dados sin inconvenientes de confundirlos durante el juego con los de otro equipo. Organice suficientes dados, o por lo menos los necesarios para que los estudiantes trabajen en pareja. Se sugiere que el profesor tenga dados de 15 x 15 x 15 cm, con alguna distinción entre el uno y el otro (Una distinción puede ser su color).

LANZAMIENTO

PRESTE ATENCIÓN

00: Para lanzar el taller, se sugiere entregar los dados a los estudiantes para experimentar y comprender el juego; esto les permitirá observar los posibles resultados. En el juego se considera “el número de la suerte” al resultado de la suma de las dos caras de los dados que va a salir el mayor número de veces. La experimentación, previa a la entrega del taller, facilitará la elaboración de hipótesis. Para los niños observar e imitar resulta ser la forma básica del aprender a hacer; por ello, realice el primer lanzamiento con los dados grandes, pregunte: *¿Cuánto obtuve en el primer dado? ¿En el segundo? ¿Cuánto suman estos dos números?... Escriba en el tablero para que tengan una guía durante el experimento y los estudiantes noten que a cada conjunto de puntos de las seis caras del dado le corresponde un número natural que indica el número de puntos de cada una.*

Una vez los estudiantes han comprendido el juego y han experimentado con los dados, realice preguntas que promuevan la reflexión sobre la situación: *¿cuál es el su número de la suerte?, ¿se gana siempre con ese número?, ... ¿por qué ese número sería el de la suerte?* Recuerde que para los estudiantes de esta edad son importantes las conexiones entre el saber matemático y la realidad, por tal razón es importante mantener esa conexión durante todo el taller.

Cabe la posibilidad que algunos estudiantes elijan números mayores que 12 o al uno (1), lo cual debe aprovecharse para reflexionar sobre el espacio muestral del experimento que está conformado por las distintas sumas que dan como resultado desde el 2 hasta el 12 incluido. Si esto no sucede, otras actividades del taller lo propiciarán; se sugiere no forzar la actividad ya que la curiosidad de los estudiantes los conducirá a formular preguntas y a razonar sobre lo que sucede en el juego a medida que se avanza.

EN LA PRÁCTICA

PRESTE ATENCIÓN

01: Involucrar por medio de la lectura a los estudiantes es una buena opción para centrar su atención en la actividad a realizar. Pida a un estudiante que lea la situación planteada en el taller, y que cada uno escriba el número de la suerte que, según la experimentación, considere.

Socialice las respuestas; según la experiencia, los estudiantes darán diferentes números de la suerte, entre ellos 6, 7, 8 y 10 (escriba las distintas respuestas en el tablero; esto servirá como insumo en las socializaciones a lo largo del taller). Pregunte a los estudiantes cuántos lanzamientos realizaron y llévelos a reflexionar si son suficientes para afirmar que alguno de los números es el número de la suerte; si las intervenciones de los estudiantes lo permiten, pregunte *¿qué elementos afectan el resultado de la suma: la suerte?* Esto a fin de observar cómo los estudiantes están

interpretando el juego e, incluso, detectar aquellos razonamientos que contemplan elementos matemáticos. Se sugiere ser sutil con las respuestas correctas que se den; ante ellas, preguntar: ¿está seguro?, ¿cómo comprobarlo usando matemáticas?

Aunque en pocas ocasiones ha sucedido, algunos estudiantes consideran, por ejemplo, que el 13 es el número la suerte. Ante esta respuesta, conduzca al grupo a experimentar con los dados y a responder: *¿cómo se explica que no se obtenga el 13 al sumar las caras de los dados?*

Motive a los estudiantes para que construyan la respuesta; tenga presente que el objetivo de esta actividad es que los estudiantes formulen hipótesis, que la sustenten o demuestren que es errónea usando argumentos matemáticos. Es importante evitar expresiones en el aula como “usted está equivocado”. El error debe aprovecharse para movilizar a los estudiantes a razonar matemáticamente sobre la situación, esto mediante la formulación de preguntas.

02: Dada la edad de los estudiantes, se facilitan las tablas para sistematizar los datos en el taller. Con ellas se quiere precisar que los lanzamientos de los dados se pueden representar numéricamente para analizar lo que sucede; esto, además, dejará ver que es útil planificar la recogida de los datos.

Se sugiere organizar a los estudiantes en parejas, esto les permitirá adquirir elementos para la socialización de manera que el uno apoye al otro, a la vez que aprenden, mientras trabajan juntos, a escuchar las opiniones del otro mientras el profesor se moviliza entre los estudiantes.

A partir de esta actividad, la tendencia es que algunos estudiantes quieran avanzar. Para controlar el ritmo del desarrollo, se sugiere indicar a los estudiantes que entreguen la hoja una vez terminen de llenar la tabla; mientras, usted podrá dibujar caritas felices como reconocimiento al trabajo realizado. Los estudiantes que van terminando, pueden apoyar a quienes faltan.

Una vez realizada la actividad, socialice; haga preguntas como: *¿a quienes les salió en los lanzamientos registrados en la tabla el número de la suerte escogido?, ¿en cuántos? ... ¿cuál suma fue la que más aparecía en los lanzamientos?* Estas preguntas expondrán la necesidad de organizar los datos de manera que sea más sencillo responder a estas preguntas.

03: Según lo anterior, pregunte a los estudiantes *¿se puede identificar fácilmente todas las distintas sumas obtenidas observando los datos de las tablas? ¿Cómo se podrían observar rápidamente los resultados?* Se busca que los estudiantes realicen una tabla en la que observen que determinada suma fue obtenida tantas veces en los 40 lanzamientos realizados. Es importante, precisamente, conducir a los estudiantes a verificar que tomaron en cuenta los 40 lanzamientos realizados. Pregunte *¿cómo verifica que los 40 lanzamientos fueron tomados en cuenta?* Según lo que observe en clase, socialice en el tablero dos o tres tablas distintas realizadas por los estudiantes a fin de resaltar que ellas deben reflejar la información asociada al juego y al objetivo: *¿cuál es el número de la suerte?*

Orienta el trabajo de cada estudiante, observe las dificultades y guíelos para continuar la actividad correctamente.

04: En este taller es fundamental que los estudiantes observen que los datos se pueden representar de diferentes maneras, además de que cada una de ellas proporciona información diferente sobre la situación.

De ser posible, se sugiere realizar el primer cuadrante del plano cartesiano en el tablero (esto con anticipación a esta etapa del taller o prepararlo en un pliego de papel bond) para discutir cómo representar los datos en él. Algunos estudiantes suelen dibujar la barra de manera horizontal, lo cual debe aprovecharse: ubique el lápiz al final de la barra y pregunte *¿qué significa que la barra llegue hasta aquí?* O, *¿cómo interpreta la barra teniendo en cuenta lo que representa*

cada eje? Escuche diferentes respuestas para apalancar la correcta. Al usar el diagrama de barras será de gran valor que ellos mismos reconozcan que algunos números representan las sumas de las caras de los dados y los otros la frecuencia con que se presentan tales sumas.

05: Al momento de circular entre los estudiantes, pida que los estudiantes justifiquen sus respuestas. Para la pregunta *¿cuál es la suma que salió más veces?* Puede preguntar *¿cómo se sabe que es la suma que salió más veces mirando el diagrama de barras?* A lo cual deberán contestar “mirando que sea la más alta”; para *¿y cuál es la suma que menos salió?*, la respuesta será “la más pequeña”. Es importante que, independientemente de la respuesta escrita y de la justificación dada, no valide o invalide ésta ya que las distintas respuestas enriquecen la socialización. El objetivo del trabajo individual (o en parejas) no es obtener respuestas correctas, sino realizar los análisis necesarios para dar una solución, además de desarrollar habilidades para decidir por sí mismo si la solución es correcta o no.

06: Como se sugirió en la Orientación 04, prepare en el tablero diagramas diferentes para movilizar la socialización. Es importante no perder de vista que el diagrama de barras permite observar tendencias, por lo que será natural que pocos diagramas evidencien que el siete es el número de la suerte; aunque entre los distintos resultados deberá presentarse, además del 6 y el 8.

07: En este paso, habrá estudiantes convencidos de que el 7 es el número de la suerte siendo su argumento “el diagrama de barras lo dice”; por lo que debe preguntarles: *¿el diagrama de barras es un buen argumento para afirmar que el 7 es el número de la suerte? ¿Por qué el diagrama de Carlos no dice lo mismo? ...*

En algunas ocasiones se hace necesario plantear *¿qué sucedería si juntamos todos los resultados?* para que la conjetura que más peso tenga es que “el 7 es el número de la suerte”. Si el tiempo no permite responder gráficamente esa pregunta, cuestione: *¿De qué manera convencemos a los demás de que el 7 (u otro número) es el de la suerte? ¿Por qué el 7 sale más?*

No pierda de vista los “números de mala suerte” como el 1 y, por ejemplo el 12. Esto permitirá introducir expresiones como “*el número 1 es imposible que resulte en el juego*”, “*le número 2 es poco probable que resulte*”; pida a los estudiantes que argumenten estas afirmaciones para fortalecer el carácter matemático de la situación; esto, además, dará cuenta de que hace falta un argumento más confiable que el diagrama de barras para asegurar que el 7 es el número de la suerte. Es entonces cuando se intenta averiguar cuántas combinaciones de cada uno de los números se tienen; esto se reflejará en la tabla de la siguiente actividad.

08: En esta actividad se incluyó tanto el 1 como el 13 como posibles sumas de las caras de los dados, con la intención de verificar que todos los estudiantes tienen claro el espacio muestral del experimento. Es ahora que los estudiantes se darán cuenta que el 7 sale con mayor frecuencia porque tiene más maneras de obtenerlo y que, por lo tanto, es el número de la suerte y que el 13 no tiene ninguna combinación, y el 1 tampoco, y por eso deben ser el número de *la mala suerte*.

						4+3						
					3+3	3+4	4+4					
				3+2	5+2	5+2	5+3	5+4				
			2+2	2+3	2+5	2+5	3+5	4+5	5+5			
		2+1	3+1	4+1	6+1	6+1	6+2	6+3	6+4	6+5		
	1+1	1+2	1+3	1+4	1+6	1+6	2+6	3+6	4+6	5+6	6+6	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Es posible que los estudiantes consideren que, por ejemplo, 5 se puede obtener con $2+3$ pero no $3+2$. Para ello, use los dados grandes para ejemplificar que los dos resultados deben considerarse. Recuerde la distinción que se sugiere para la construcción de los dados.

09: A lo largo del desarrollo del taller se han introducido expresiones como: *imposible*, *posible*, *poco seguro* o *seguro* de obtener las diferentes sumas al lanzar los dos dados. Para llenar la tabla, oriente para emplear convenciones; por ejemplo: I para *imposible*, PS para *poco seguro*, P para *posible* y S para *seguro*. Esta actividad se puede realizar de manera colectiva; asegúrese de que los estudiantes argumenten con razonamientos matemáticos por qué el 1 es I mientras que 8 es P. Esta actividad ayudará a los estudiantes a entender qué significa probable, posible, imposible..., las cuales tienen que ver con la probabilidad.

010: Socialice para concluir el desarrollo del taller. Recuerde que escribir es una tarea importante que se debe fortalecer en las diferentes actividades que se realicen en el aula de clase. Esta tarea le permitirá asegurar de que el objetivo del taller lo han alcanzado todos los estudiantes involucrados.

APODID

APOYO DEL DISEÑO
DIDÁCTICO

RECUBRIENDO SUPERFICIES

PENSAMIENTO
MÉTRICO Y
SISTEMAS
MÉTRICOS

PROPÓSITO

Aproximación al concepto de área y la propiedad de conservación del área a través del recubrimiento de superficies.

MATERIALES

Cuadros de 1 x 1 cm, colbón.

LANZAMIENTO

00: Favorecer una lluvia de ideas para indagar sobre el significado de cada palabra.

EN LA PRÁCTICA

01: Verificar, con antelación, que los polígonos se pueden recubrir con cuadrados de 1 x 1 cm en el material impreso.

02: Circular entre los estudiantes para estimular la confrontación de respuestas y la justificación.

03: Motivar a los estudiantes a justificar su elección. Respuestas como “es que se ve que es más grande” son importantes en esta etapa del taller.

04: Evidenciar que las respuestas perceptivas son insuficientes para argumentar que este o aquel lugar tiene mayor área.

05: Socializar para contrastar respuestas y conducir la discusión hacia el procedimiento para medir el área.

Nombre _____ Fecha _____

RECUBRIENDO SUPERFICIES

Matías y Sofía hablan de sus mascotas: el perro Pascal y el gato Pitágoras, quienes tienen un espacio delimitado por una cuerda para jugar y dormir en cada casa.

Los niños dibujaron en sus cuadernos una figura geométrica que representa el espacio de juego de su mascota. Obsérvalas:

Pascal



Pitágoras



Los niños discuten cuál de los dos animales tiene más espacio para jugar.

¿Cuál de los dos tiene el lugar más grande? _____

¿Por qué? _____

Discute tus resultados con un compañero.

En Matemáticas es importante comprobar las conjeturas planteadas y argumentar las estrategias diseñadas. Presta atención a las indicaciones del profesor, luego contesta las preguntas de Pascal y Pitágoras.



¿Cuántas unidades usaste para cubrir el piso de nuestros lugares de juego?



¿Podrías decir qué representa la cantidad de unidades usadas para cubrir el piso de cada lugar?

Organiza tus ideas, y comparte con tus compañeros las respuestas.

59

06: Orientar hacia la comprensión de la actividad matemática propuesta. Indagar a los estudiantes para verificar si comprenden lo que realizan.

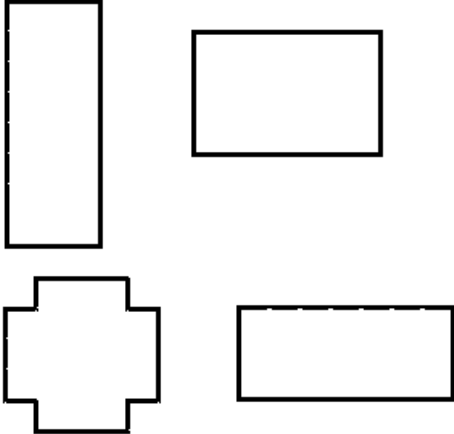
07: Realizar una retroalimentación.

Nombre: _____ Fecha: _____

Pensando en lo pequeño que son nuestras casas, hemos dibujado dos pares diferentes de lugares para Pascal y Pitágoras. ¿Cuál de los pares de polígonos tiene **menor superficie**?

La medida de una superficie se llama **ÁREA**.

Encierra con color el par de polígonos que responden a la pregunta de Sofía; realiza los procedimientos necesarios para demostrar que escogiste aquellos de menor área.



Comparte con tus compañeros tu solución.

60

Nombre: _____ Fecha: _____

Diseña tres polígonos diferentes que tengan la **misma área** para que Pascal y Pitágoras permanezcan en igualdad de condiciones. ¡Ensayá y verifica que tus diseños cumplan con la condición dada!

Compara tu trabajo con el de tus compañeros.

¿Qué conclusión puedes obtener al relacionar el área y la forma del polígono. ¡Escribela!

61

08: Fortalecer el concepto matemático de área y la actividad de recubrimiento a través de la práctica.

09: Retroalimentar y concluir.

MATERIAL

PRESTE ATENCIÓN

La actividad matemática propuesta está orientada por material concreto, asegúrese de recortar suficientes cuadrados de 1 x 1 cm de papel de colores para entregar a los estudiantes (no es conveniente invertir tiempo en clase para esta actividad manual).

LANZAMIENTO

PRESTE ATENCIÓN

00: Se sugiere no entregar el taller en primera instancia. En lugar de ello, diga, por ejemplo, *el taller de hoy se llama recubriendo superficies, ¿qué les dice ese título?* Esto con el propósito de generar el diálogo entre los estudiantes para conocer las nociones que tienen sobre superficie y área.

EN LA PRÁCTICA

01: Promueva la lectura y revise la comprensión de la situación problemática. Para ello, formule preguntas asociadas a la misma. Una pregunta sencilla para iniciar el diálogo es: *¿quién puede decir cuál es el problema que tienen Matías y Sofía?*

Es importante que oriente al estudiante en relación a su compromiso de interpretar las representaciones geométricas de los lugares de las mascotas: *¿qué figuras geométricas son?, ¿cuál es su nombre?, ¿cuáles son su propiedad?, ¿son congruentes o semejantes?* (recuerde que dos polígonos son congruentes si tienen las medidas de sus lados y ángulos correspondientes iguales, o semejantes si sus ángulos correspondientes tienen la misma medida y las longitudes de los lados correspondientes son proporcionales).

De la experiencia con este taller, es importante señalar que las impresiones no pueden quedar reducidas pues esto traería dificultades en la siguiente etapa del mismo. El polígono que corresponde a Pascal mide $3 \times 6 \text{ und}^2$ y el de Pitágoras $4 \times 5 \text{ und}^2$ (und: unidades).

02: Inicialmente, indique a los estudiantes responder de manera individual las dos preguntas. Después, motíuelos a intercambiar respuestas trabajando en parejas. Verifique que todos estén participando; acérquese a los equipos de discusión y haga preguntas a los integrantes: *¿María, ¿cómo probarías que el lugar elegido es más grande? ¿Juan, por qué crees que esa estrategia funcionará? ¿Adriana, según lo que dijo Juan, de dónde surgió la estrategia? ¿Edwin, consideras que esa estrategia funcionaría si el lugar fuera tres veces más grande?* Insista a los estudiantes en que escriban sus respuestas en la hoja de trabajo.

Transcurrido el tiempo para contestar las preguntas, socialice las respuestas diferentes que detectó en la etapa anterior. Motive a los estudiantes a exponer sus respuestas y que las argumenten; pida a los compañeros que escuchen respetuosa y atentamente para, posteriormente, hallar y conocer las distintas conjeturas en relación al lugar más grande y los respectivos argumentos. No es necesario que los estudiantes hallen en esta etapa las respuestas correctas, trabaje en que queden claras las conjeturas pues esto servirá para que ellos se motiven a encontrar una estrategia para probarlas. Como se ha mencionado a lo largo de este libro, el error es también un recurso didáctico que debe ser aprovechado para que los estudiantes analicen y evalúen sus razonamientos. Durante el taller, recuerde que la intuición es una herramienta valiosa desde la

cual se construirá la estrategia para llegar a comprender el concepto de área, es decir, no deseche las respuestas creativas ni las erróneas.

04: No pierda de vista que es importante orientar a los estudiantes para que empleen las matemáticas para argumentar. El objetivo de este globo es dar cuenta de que no es suficiente con afirmar que “se ve más grande” pues esta respuesta, basada en elementos visuales, es perceptiva.

Proporcione tiempo para que los estudiantes elaboren sus estrategias para probar que el lugar de Pitágoras o Pascal, según sea el caso, es el más grande. Circule entre los estudiantes para conocerlas y así obtener elementos para la puesta en común (esta se hace antes de abordar los comentarios de las mascotas).

Teniendo en cuenta que usted recolectó mentalmente las estrategias propuestas por los estudiantes, parafrasee lo dicho por ellos y haga preguntas de contra-argumentación, por ejemplo: *Un amiguito afirmó que midiendo las figuras con una regla sabremos cuál corral es más grande, ¿Deisy, ¿qué opinas de esta estrategia?... Felipe, ¿qué opinas de usar la regla como instrumento para medir el espacio que tienen las mascotas para caminar? Lucía, si no contamos con una regla, ¿cuál otro instrumento utilizarías? Camilo, ¿crees que el instrumento que escogió Lucía es el más adecuado para medir dicho lugar?... Esta estrategia le permitirá entrelazar los conceptos de longitud y los patrones de medida con el concepto de área que estarán por descubrir.*

Si los estudiantes realizaron dibujos al interior de los rectángulos, pida que los hagan en el tablero y expliquen. Usted, debe realizar preguntas retóricas como *¿pero ¿qué sucede si...?* Realice intervenciones explicativas para orientar el trabajo como “noten que...”. Se sugiere escribir en el tablero las diferentes respuestas y estrategias para validarlas con el material.

Tenga presente que en la situación problema se menciona que cada lugar está marcado por “una cuerda”, esto suele conducir a algunos estudiantes a medir el “borde” de cada polígono para argumentar que el cuadrilátero del gato es más grande.

Si los estudiantes no logran llegar a la estrategia de dibujar una cuadrícula (cuadrados del mismo tamaño) al interior de los polígonos o recubrir con cuadrados la superficie, se sugiere la siguiente estrategia (partiendo del supuesto de que el piso del lugar donde estén está embaldosinado): Entregue dos cintas de papel (o de enmascarar) y solicite a los niños que marquen en el piso dos rectángulos diferentes pegando la cinta de manera que se aproveche la cuadrícula del piso. Esta tarea pueden realizarla en equipos. Oriente, pasando por los equipos y haciendo preguntas como: *¿ese lugar tiene la misma forma que el de Pascal y Pitágoras?... ¿en qué se diferencian?... ¿su rectángulo tiene las características de estos polígonos?... Estas preguntas le permitirán ir revisando la aprehensión de conceptos y propiedades (polígono, cuadrilátero, rectángulo, ángulo, lado, congruente, semejante, entre otros).*

Después pídales que observen y discutan cuál es más grande y por qué. De la experiencia se tiene que los estudiantes cuentan las baldosas que están en el interior. Insista en que expresen explícitamente por qué fue más sencillo para ellos decir cuál rectángulo es más grande habiéndolo dibujado en el piso del salón. Después pídales conectar lo realizado con el problema de las mascotas.

Una vez esté clara la estrategia del recubrimiento, entregue los cuadrados para que los niños realicen el recubrimiento en su hoja y revisen las respuestas dadas anteriormente.

05: Durante la puesta en común, conduzca a los estudiantes a analizar el uso del cuadrado para cubrir la superficie; pregunte: *¿Para qué usamos los cuadrados? ¿Por qué no usamos cuadrados de diferentes tamaños? ¿En lugar de cuadrados, podríamos haber usado círculos?*

Al momento de socializar las preguntas que realizan las mascotas, recuerde que el proceso de medir cualquier magnitud consiste en seleccionar una unidad apropiada de medida, fijar un procedimiento para cubrir el polígono que se desea medir mediante una colección de unidades y expresar la medida mediante el número de unidades usadas.

Para concluir esta fase del taller, asegúrese de que todos los estudiantes comprendan el sentido de la existencia de la unidad y del recubrimiento como estrategia para medir el área de una superficie. Refuerce pidiendo, por ejemplo, que midan en unidades cuadradas el área del salón. Durante esta tarea, es importante observar el trabajo de los estudiantes para detectar dificultades y orientar. Acérquese a los estudiantes realizando preguntas: *¿Qué haces? ¿Para qué lo haces?... ¿Carlos, tu compañero dice que usa los cuadrados para cubrir el piso; será que solo podemos usar cuadrados como ese o se podrá cambiar?... ¿Podemos dejar espacios en blanco?... Este tipo de preguntas los llevará a indagar sobre las posibles unidades de medida para determinar el área de una superficie.*

Es importante señalar que aquí no prima el uso de fórmulas que, quizás, los estudiantes conozcan. La prioridad está en la experiencia de usar herramientas para recubrir la superficie con un patrón (en este caso el cuadrado de 1 x 1 cm) para medir el área. El valor del área de los polígonos propuestos se obtiene a partir de la suma de las áreas de los cuadrados construidos (o pegados).

06: Antes de que los estudiantes empiecen a cubrir las figuras, pídale que realicen suposiciones sobre las figuras que podrían conservar el área aun cuando su forma es diferente; escriba en el tablero las conjeturas. Pregunte *¿qué hacemos para comprobar lo que dicen?*; con ello enfatizará en la necesidad de medir la magnitud de la superficie de cada polígono.

A medida que retroalimenta la actividad, pida a los estudiantes que escriban el área de cada figura y que saquen conclusiones teniendo en cuenta cada par de figuras y las medidas obtenidas. Recuerde que los estudiantes a través de la acción, la observación y el análisis lograrán descubrir la propiedad matemática de la conservación del área sin que usted la exponga; permítale asombrarse y use expresiones que resalten su trabajo: “buena apreciación”, “excelente trabajo”, “viste algo que no habíamos tomado en cuenta”, “excelente aporte” (este tipo de motivación no la emplee solo con los aportes acertados; por ejemplo, si un estudiante se equivoca, diga: “tu aporte es excelente pues nos hace analizar algo que no habíamos tomado en cuenta...”).

Si algún estudiante lee el globo que trata el concepto de área, pida que le explique en sus palabras lo que leyó; solicítele que evidencie a través de la actividad lo que dice en el comentario.

07: En la socialización permita que los estudiantes construyan la propiedad. Difícilmente ellos usarán la palabra “conservación” del área, pero usarán expresiones similares como “la misma”.

08: Ejercitar lo concluido es una buena estrategia para asegurarse de que todos los estudiantes se apropien del resultado matemático obtenido. Estimule la creatividad de los estudiantes para que diseñen figuras en las cuales se cumpla la propiedad de la conservación del área; solicite que comprueben la propiedad. Exponga algunos en el tablero para que los compañeros validen las figuras diseñadas por sus compañeros. Esta es una buena forma de evaluar el concepto trabajado durante el taller.

09: Al concluir, enfatice en el objetivo del taller: el concepto de área a través del recubrimiento de superficies utilizando unidades cuadradas. Además, recuerde la propiedad matemática de la conservación del área (polígonos de diferente forma puede contener la misma cantidad de unidades cuadradas).

Pregunte: *¿Adriana, qué estrategia usarías para saber cuán grande es el patio de nuestro colegio?... Juan, si en tu casa hay tres habitaciones, ¿qué harías para saber cuál tiene menor área?* Esto ayudará a ver la utilidad del conocimiento matemático construido en el contexto inmediato de los estudiantes.

A modo de cierre

“Empoderamiento matemático, desde semilleros matemáticos” tiene como intención difundir el Semillero Matemático como espacio para que profesores y estudiantes enriquezcan su experiencia con las matemáticas en el marco de un contrato didáctico permeado por la resolución de problemas y las interacciones. Desde el punto de vista teórico, lo expuesto en este libro no es algo totalmente novedoso y original, dado que desde hace más de dos décadas en Colombia se viene insistiendo en que los profesores de todos los niveles educativos pongan en funcionamiento la resolución de problemas. No obstante, queremos compartir nuestro entusiasmo por crear comunidades de matemáticos en las aulas de clase mediante la resolución de problemas, así como el compromiso de continuar profundizando el tema como objeto de estudio.

En nuestra perspectiva, la resolución de problemas no es una estrategia específica usada en determinado momento de la clase ni en el currículum, ni tampoco es solo un proceso cognitivo que se debe desarrollar, sino que viene a ser el ambiente en el que se desarrolla la clase de matemáticas: promueve el aprendizaje activo y ayuda a los profesores para identificar las fortalezas de sus estudiantes, debilidades y estilos de aprendizaje; permite a los estudiantes utilizar argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas más que una memorización de reglas y algoritmos, son lógicas y potencian la capacidad de pensar (MEN, 1998).

Uno de los componentes importantes para hacer del aula una comunidad de matemáticos es la interacción de profesor-estudiante y estudiante-estudiante alrededor del conocimiento matemático, aquellas que ocurren cuando ellos participan en actividades matemáticas para dar y obtener explicaciones de los resultados obtenidos, yendo con ello más allá de las respuestas. El discurso del profesor no debe estar centrado en controlar el comportamiento de sus estudiantes sino en promover formas de razonamiento que favorezcan el pensar matemáticamente, comprender los sistemas conceptuales y tejer la red de relaciones que posibiliten la comprensión (Forero, 2008).

De nuestra experiencia, hemos corroborado que la implementación de esta metodología en el salón de clases se relaciona en principio con el potencial que el profesor identifique en su práctica de enseñanza (Santos-Trigo, 2007), lo cual exige ir más allá de la metodología en la cual el profesor es quien posee el conocimiento y lo transmite a los estudiantes, ya que desde esta no se le permite al estudiante plantear nuevas hipótesis, inferir y transformar las situaciones que hacen emerger el conocimiento, en busca de otros

significados sobre la actividad matemática. Así, cuando los estudiantes hallan un ambiente en el salón de clases que les aprueba el pensar y razonar acerca de las matemáticas y comunicar sus resultados a otros con base en argumentos, hacen frente a la necesidad de organizar y presentar sus ideas en forma concluyente (ibídem).

Si bien el Semillero Matemático y el Club Matemático Euler se ofrecen en una universidad, consideramos que estos también podrían construirse y ofrecerse de manera optativa en colegios como espacios extracurriculares que complementen la formación matemática que los niños y jóvenes reciben en sus aulas de clase. Quizás no sea sencillo lograr el apoyo administrativo, los recursos físicos y financieros, y otros tantos aspectos que los profesores enfrentan cuando de propuestas *novedosas* se trata, pero vale la pena... los frutos serán la recompensa.

Referencias Bibliográficas

- Abrate, R., Pochulu, M., y Vargas, J. (2006). *Errores y Dificultades en Matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.
- Astin, A. W. (1993). *What matters in college: Four critical years revisited*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Azcárate, C., García, L., y Moreno, M. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa [RELIME]*, 9 (1), pp. 85-116.
- Ballesteros, C. y Calvo, M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas Educación. *Revista Educación*, 32(1), pp. 123-138.
- Barajas, C. (2015). *Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos: una mirada desde la resolución de problemas que implican fenómenos de variación* (tesis de maestría). CICATA-IPN, México.
- Barajas, C. y Jaimes, M. (2012). *¿Se hacen cuentos en la clase de matemáticas?: uso de la escritura en la metodología del Semillero Matemático*. En: XXVI RELME (Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa), Pontificia Universidad Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte (Br).
- Barajas, C. y Jaimes, M. (2015). Resolución de problemas como parte integral del diseño didáctico: propuesta de un recurso de apoyo para los profesores de matemáticas. *Revista Colombiana de Matemática Educativa RECME*. Edición especial: Formación de Ciudadanos Matemáticamente Competentes. 1 (1): 5527-532. ISSN: 2500-5251.
- Barajas, C., Jaimes, M., y Ortiz, J. (2012). *Juegos, Lúdica y Enseñanza: Un Acercamiento a la Metodología del Semillero Matemático*. Asocolme (Ed.). Memoria del 13 Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Universidades de Antioquia y Medellín. pp. 870-875.
- Barajas, C. y López, E. (2015). *¿Qué tan a menudo siente un estudiante que la fórmula no es suficiente para resolver un problema?: Una experiencia de aula del Club Matemático Euler, UIS*. En: Arenas, G. *Revista Colombiana de Matemática Educativa (RECME)*. Edición especial: Formación de Ciudadanos Matemáticamente Competentes. 1 (1), pp. 652-657.
- Barajas, C. y Peralta, M. (2013). *Rediseño del discurso escolar desde la creación de talleres: experiencia de formación docente del Semillero Matemático*. En: Arenas, G. (ed.) Memoria del 12º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa.
- Becerra, S. (2013). *La aplicación del Calendario Matemático y su implicación frente a la resolución de problemas en los estudiantes de grado sexto* (tesis de maestría). Universidad Sergio Arboleda, Colombia.

- Calvo, M. (2007). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas. *Revista Educación*, 32(1), p. 123-138. Recuperado de revistas.ucr.ac.cr/index.php/educacion/article/download/527/559
- Cañellas, A., Rasetto, M. (2013). *Representaciones infantiles sobre las notaciones numéricas*. Recuperado de <http://www.scielo.org.co/pdf/ted/n33/n33a04.pdf>
- Carmona, N. y Jaramillo, D. (2010). *El razonamiento en el desarrollo del pensamiento lógico a través de una unidad didáctica basada en el enfoque de resolución de problemas*. (Tesis de maestría). Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia. Recuperado de <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/11059/1484/1/37235C287.pdf>
- EAFIT. (2016). Clubes de matemáticas de Antioquia. [En línea]. Recuperado de <http://www.eafit.edu.co/ninos/otros-proyectos/a-la-medida/proyectos-matematicas/Paginas/clubes-matematicas.aspx>
- _____. (2018.). *¿Qué es la Universidad de los niños?* [En línea]. Recuperado de <http://www.eafit.edu.co/ninos/informacion-general/Paginas/que-es-la-universidad-de-los-ninos.aspx>
- Chacón, Y., Castillo, J., y Parada, S.E. (2015). Influencia en la vida universitaria del aprendizaje adquirido por estudiantes que participan en un semillero matemático. *Revista Colombiana de Matemática Educativa RECME*. Edición especial: Formación de Ciudadanos Matemáticamente Competentes. 1 (1): 178-183. ISSN: 2500-5251
- Chamoso, J.; Durán, J.; García, J. y otros. (2004). Análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar matemáticas. *Revista Suma*, 47, 4-58.
- Enzens, H. (1997). *El diablo de los números*. Madrid: Editorial: Siruela
- Forero, A. (2008). Interacción y discurso en la clase de matemáticas. *Universitas Psychologica*. 7(3), pp. 787-805.
- Fundeuler. (2012). *Fundación Euler: Desarrollo de pensamiento y talento para una nueva sociedad de conocimiento*. Recuperado el 16 de enero de 2015 de <http://www.fundeuler.com.co/>
- García, M., Rupérez, J. (s.f.). La Graduación de Dificultad en Puzzles y Rompecabezas. *Revista Números* (36). Recuperado de 10 de junio de 2016 de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/64/matematicas_01.php
- González, A., Molina, J. y Sánchez, M. (2014). La matemática nunca deja de ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas. *Revista Educación Matemática*, 26(3), pp. 109-132.
- Gonzato, M., Fernández, T. y Godino, J. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Revista Números*, 77, pág. 103. Recuperado de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/77/Articulos_05.pdf
- Guzmán, M. (2007). *Tendencias innovadoras en educación matemática*. En: Cátedra de Miguel de Guzmán. Recuperado el 19 de septiembre de 2016 de <http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzman/drupal/migueldeguzman/legado/educacion/tendenciasInnovadoras>
- Jaimes, M. y Córdoba, Y. (2008). *El juego en el desarrollo del pensamiento numérico de estudiantes de séptimo grado* (tesis de especialización). Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- López, E., Díaz, I., y Barajas, C. (2013). *Análisis intuitivo de datos: La intuición como recurso didáctico de la Estadística en el Semillero Matemático*. En: Arenas, G. y Roa, S. (eds.). Memoria del VIII Simposio Nororiental de Matemáticas. pp. 342-347. Universidad

- Industrial de Santander. Recuperado el 27 de abril de 2016 de <http://matematicas.uis.edu.co/8simposio/sites/default/files/Memorias8SNMb.pdf>
- Mendoza, J. (2010). *El uso del tangram en estudiantes de quinto grado: una propuesta para introducir los conceptos de área y perímetro* (tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamiento Curriculares de Matemáticas*. Bogotá: Autor.
- _____. (2004). *Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales*. Bogotá: Autor.
- _____. (2006). *Estándares Básicos en Competencias en Matemáticas*. Bogotá: Autor.
- Monclús, T. (2014). *Per què el 7 és el número de la sort?* ARC. Catalunya. Recuperado el 12 de marzo de 2016 de <http://apliense.xtec.cat/arc/node/29691>
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA, EUA: National Council of Teachers of Mathematics.
- _____. (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- _____. (2014). Problem solving. Recuperado de <http://www.nctm.org/Research-and-Advocacy/research-brief-and-clips/Problem-Solving/>
- _____. (2015). *De los principios a la acción. Para garantizar el éxito matemático para todos*. México: Editando Libros S.A.
- Ortiz, J. (2008). *Creación de ambientes lúdicos en clase de matemáticas: una mirada desde la formación docente* (tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Pérez, M. (2010). *Estudio sobre el impacto de la metodología del Semillero Matemático en el empoderamiento matemático del estudiante* (tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Pérez, M. y Acosta, M. (2010). *Estudio sobre el impacto de la metodología del Semillero Matemático en el Empoderamiento Matemático del estudiante*. En: Memorias del IX Encuentro Nacional de Educación Matemática y Estadística ENEMES. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- Pérez, M., y Acosta, M. (2011). *Semillero Matemático y Empoderamiento Matemático*. En: Memorias del XVIII Congreso Colombiano de Matemáticas. Recuperado el 11 de agosto de 2016 de <http://matematicas.uis.edu.co/ccm2011/HTML/ARCHIVOS%20MEMORIAS/EDUCACION/MichaelPerez.pdf>
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillos.
- Rico, L. (2006). La competencia matemática en PISA. *PNA*, 1(2), 47-66. Recuperado 8 de mayo de 2016 de <http://funes.uniandes.edu.co/529/1/RicoL07-2777.PDF>
- Riva, J. (2005). *Fichas para el desarrollo de la inteligencia*. Santillana Educación.
- Rojas, S. y Suárez, S. (2013). *Experiencias didácticas con estudiantes de once grado alrededor de sus competencias comunicativas en matemáticas: una alternativa de preparación para el ingreso a la universidad* (tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Rubio, G. (2013). *Proceso de estudio de la factorización de polinomios mediante el uso de Algebloks desde la TAD* (tesis de pregrado). Universidad del Valle, Santiago de Cali.

- Rueda, N. (2016). *Habilidades cognitivas asociadas al proceso de representación de fenómenos de variación* (tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Sáenz, M. (2011). Laboratorio de matemáticas. Poliomínos. Perú. Recuperado de URL: <http://laboratoriomatematica.blogspot.com/2011/10/poliominos.html>
- Santos-Trigo, M. (2007). *La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos*. México: Ed. Trillas.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Nueva York: Academic Press.
- Secretaría de Cultura, Recreación y Deporte Bogotá. (s. f.). *Bolos, historia a través del mundo*. Recuperado el 9 de febrero de 2015 de <http://www.culturarecreacionydeporte.gov.co/es/bogotanitos/recreacion/bolos>
- Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia. (2005). *Interpretación e Implementación de los Estándares Básicos de Matemáticas*. Colombia: Gobernación de Antioquia.
- Serra, E. (1991). *Apuntes de Educación Física de Base*. Granada, Inef.
- Sierra, M. (2004). Pensamientos de Miguel de Guzmán acerca de la Educación Matemática. *Revista Números*, 59, 89-94.
- Suárez, S., Rojas, S. y Parada, S. (2013). Actividades de refuerzo para estudiantes de once grado alrededor de sus habilidades comunicativas en matemáticas: una alternativa de preparación para el ingreso a la universidad. *Revista Científica*, (edición especial), pp. 418-422.
- _____. (2014). Habilidad para interpretar enunciados y sus repercusiones en la resolución de problemas. En: Arenas, G. y Roa, S. (eds.). *Memorias del VIII Simposio Nororiental de Matemáticas*. pp. 347-351. Publicaciones Universidad Industrial de Santander: UIS, Bucaramanga.
- Vicerrectoría de Investigación y Extensión UIS (VIE). (2007). *Proyecto de extensión: Semillero Matemático para estudiantes de décimo y undécimo de colegios oficiales*. En acta de iniciación para proyectos de extensión. Universidad Industrial de Santander. Documento interno.
- Vilabona, S., Rocerau, M., Valdez, G., Olivier, M., Vecino, S., Medina, P. et al. (2001) La Educación Matemática. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. *Revista Iberoamericana de Educación*. Recuperado de <http://www.rieoei.org/deloslectores/203Vilanova.PDF>
- Vicerrectoría de Investigación y Extensión (VIE). (2007). Proyecto de extensión: Semillero Matemático para estudiantes de décimo y undécimo de colegios oficiales. En acta de iniciación para proyectos de extensión. Universidad Industrial de Santander. Documento interno.
- Vygotsky, L. S. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. Ed. Fausto. Recuperado de <http://www.aacounselors.org.ar/adjuntos/Biblioteca%20AAC/Lev%20S%20Vygotsky%20%20Pensamiento%20y%20Lenguaje.pdf>
- Zuluaga, C. (2013). Proyecto Colombia Aprendiendo. Rejilla. Noviembre.
- (s.a). (2014). Cómo encontrar el norte verdadero sin brújula. *Wikihow*. Recuperado el 15 de marzo de 2014 de <http://es.wikihow.com/encontrar-el-norte-verdadero-sin-br%C3%BAjula>

Cualquier inquietud u observación que desee realizar sobre el material aquí divulgado,
por favor, contáctenos mediante la siguiente dirección electrónica:

matematicas.semillero@uis.edu.co